



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**Facultad de Tecnología de la Construcción**

**Monografía**

**EFFECTOS DE INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA EN UN  
EDIFICIO EN LA CIUDAD DE MANAGUA.**

Para optar al título de ingeniero civil

**Elaborado por**

Br. Alberto García Márquez

Br. Alexander José Ríos Ruiz

Br. Gerzan Antonio Zamora Ramírez

**Tutor**

MSC. Ing. Julio Cesar Maltez Montiel

**Asesor**

MSC. Ing. Gilberto Lacayo Bermúdez

Managua, Diciembre de 2018



Managua, 18 de diciembre del 2018

**Dr. Ing. Oscar Gutiérrez**  
**Decano FTC**  
**UNI**

**Estimado Doctor Gutiérrez:**

Por este medio tengo a bien hago contar que he revisado el Trabajo Monográfico denominado **"EFECTOS DE INTERACCION DINAMICA SUELO-ESTRUCTURA EN UN EDIFICIO DE LA CIUDAD DE MANAGUA"** elaborado por los bachilleres **ALBERTO GARCIA MARQUEZ, ALEXANDER RIOS RUIZ Y GERZAN ZAMORA RAMIREZ**, y considero que en dicho documento se cumplen los objetivos previstos a alcanzar de acuerdo al protocolo aprobado, por lo cual recomiendo se procede a la defensa del tema por parte de los sustentantes.

Agradeciéndole su atención se despide de usted

Atentamente



**ING. JULIO MALTEZ MONTIEL**  
**TUTOR**

cc.   Sustentantes



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE INGENIERIA**  
**FACULTAD DE TECNOLOGIA DE LA CONSTRUCCION**  
**DECANATURA**

**DEC-FTC-REF-No.054**  
Managua, Mayo 15 del 2017

Bachilleres  
**ALBERTO GARCÍA MÁRQUEZ**  
**ALEXANDER JOSÉ RÍOS RUÍZ**  
**GERZAN ANTONIO ZAMORA RAMÍREZ**  
Su atención

Estimados Bachilleres:

Es de mi agrado informarles que el PROTOCOLO de su Tema **MONOGRAFICO**, titulado **"EFECTOS DE INTERACCIÓN DINÁMICA SUELO - ESTRUCTURA EN UN EDIFICIO DE LA CIUDAD DE MANAGUA"**. Ha sido aprobado por esta Decanatura.

Asimismo les comunico estar totalmente de acuerdo, que el **Ing. Julio Cesar Maltez**, sea el tutor de su trabajo final.

La fecha límite, para que presenten concluido su documento, debidamente revisado por el tutor guía será el **15 de Noviembre del 2017**.

Esperando puntualidad en la entrega de la Tesis, me despido.

Atentamente,

  
**Dr. Ing. Oscar Gutiérrez Somarriba**  
Decano

CC: Protocolo  
Tutor  
Archivo\*Consecutivo  
IJGG\*Dara

## DEDICATORIA

Dedico este trabajo primeramente a Dios, por darme el don de la vida y permitirme el haber llegado hasta este momento tan importante de mi formación profesional. A mis padres, *María Isabel* y *Juan Alberto* porque sin importar las circunstancias siempre han creído en mí y me han brindado su apoyo. A mi hermano *Jimmy Gabriel*, por ser un gran ejemplo para mí.

A Alexander y Gerzan porque a pesar de muchos malos ratos logramos concluir este trabajo.

A mi esposa *Jeimy*, por ser paciente y esperarme todo el tiempo que fue necesario, por aguantar mis desvelos y el sacrificar nuestro tiempo. Te quiero con el  $\rho=a(1+\cos\theta)$ .

**ALBERTO GARCÍA MÁRQUEZ**

## **AGRADECIMIENTOS**

Quiero reconocer a mis compañeros de curso por habernos apoyado mutuamente durante nuestros años de estudio, y por enseñarme el verdadero valor de la amistad. Agradecer a las familias *Rojas Zamora* y *Haltford Sáenz* porque me brindaron su confianza y me sentí como uno más de los suyos.

Al ingeniero *Juan Alberto Sampson Munguía*, quien aparte de ser mi docente, me dió su amistad incondicional siendo la primera persona en brindarme una oportunidad laboral.

A *Flor de María García* por aceptarme en su casa durante los primeros años, haciendo que mi adaptación fuese más amena. Por último, mencionar a *Doña Antonia Borges*, porque me vio cómo a un hijo durante mi placentera estadía en su casa.

***ALBERTO GARCÍA MÁRQUEZ***

## **Dedicatoria**

*Este trabajo se lo dedico a Dios y a mis padres por el deseo de superación y amor que me brindan cada día, en que han sabido guiar mi vida por el sendero de la verdad a fin de poder honrar a mi familia con los conocimientos adquiridos, brindándome el futuro de su esfuerzo y sacrificio por ofrecerme un mañana mejor.*

***Alexander Ríos Ruiz.***

## **Agradecimientos**

*Ante todo, doy gracias a Dios por permitirme llegar hasta este punto en mi vida y lograr culminar mis estudios, mi reconocimiento a mis padres, especialmente a mi madre Zenaida Ruiz Calvo, por el invalorable apoyo ofrecido a lo largo de mi vida estudiantil, a mi familia en general por brindarme la motivación constante que me ha permitido ser una persona de bien, pero más que nada por su amor.*

**Alexander Ríos Ruiz.**



## **Dedicatoria**

*Dedico de manera muy especial este trabajo monográfico a mis padres, que con gran esfuerzo y sacrificios me apoyaron incondicionalmente para culminar mis estudios, a mis hermanas Aleyda y Luisa que han sido mi motor motivacional para seguir siempre adelante.*

**Gerzan Zamora Ramírez**

## **Agradecimientos**

*A mis padres por el apoyo brindado durante mis estudios, por ser ejemplo de lucha y coraje cada día, por siempre alentarme a ser mejor persona,*

*A mis hermanas por compartir cada momento en mi vida, por apoyarme siempre en mis decisiones, por seguir mi ejemplo, lo que me motiva a ser mejor cada día.*

*A mi tía Bertha Reyes, por haberme brindado apoyo durante toda mi etapa universitaria.*

*A mis compañeros por haber compartido grandiosos momentos,*

*A todos, profundamente agradecido.*

**Gerzan Zamora Ramírez.**

## RESUMEN

*Este trabajo trata sobre el análisis estructural dinámico real de una edificación utilizando una base flexible, a diferencia de los análisis tradicionales que considera una base rígida. Para lograrlo se utilizan como guías las Normas Técnicas Complementarias de Diseño para el D.F. y el Reglamento Nacional de la Construcción 2007.*

*Se analiza el edificio El Centro 1. El sistema estructural resistente a fuerzas laterales está basado en sistema dual de muros y marcos de concreto reforzado, analizándolo estática y dinámicamente para finalmente incluir las propiedades dinámicas del suelo en lo que llamamos Interacción Dinámica Suelo-Estructura.*

*Como resultado se obtiene una amplificación en el espectro de respuesta del edificio y con ello un aumento de las fuerzas internas. Todo esto es debido a los efectos locales del sitio donde esta desplantada la edificación.*

## INDICE

CAPITULO 1: ASPECTOS GENERALES .....	1
1.1. Introducción. ....	2
1.2. Antecedentes.....	4
1.3. Justificación .....	6
1.4. Objetivos: .....	7
1.4.1. Objetivo General: .....	7
1.4.2. Objetivo Específicos:.....	7
CAPITULO 2: INICIOS Y EVOLUCIÓN DE LOS EFECTOS ISE.....	8
2.1. Definición de Interacción Suelo – Estructura. ....	9
2.2. Historia de la Interacción Suelo-Estructura. ....	10
2.3. Solución Fundamental .....	14
2.4. Métodos de Análisis .....	19
2.5. Rigidez Dinámica de la Fundación. ....	25
2.6. Efectos de Interacción Inercial y Cinemática.....	29
CAPITULO 3: INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA .....	34
3.1. Introducción. ....	35
3.2. Interacción Cinemática. ....	37
3.3. Interacción Inercial. ....	39
3.4. Características de los efectos ISE. ....	42
3.5. Sistema Equivalente.....	44
3.6. Procedimiento de Cálculo Según las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño Por Sismo del D.F. acopladas al RNC-07. ....	49
3.6.1. Altura y Peso Efectivos del Oscilador de Reemplazo. ....	49
3.6.2. Rigidez Relativa del Sistema Suelo-Estructura. ....	49
3.6.3. Análisis estático .....	51
3.6.3.1. Espectro de Respuesta.....	51
3.6.3.2. Desplazamientos Laterales:.....	55
3.6.4. Análisis dinámico modal. ....	56
3.6.4.1. Radio de giro. ....	56
3.6.4.2. Rigideces estáticas.....	56

3.6.4.3.	Coeficientes de rigidez y amortiguamiento .....	57
3.6.4.4.	Rigidez de conjunto .....	58
3.6.5.	Periodo y amortiguamiento efectivos.....	59
3.6.6.	Coeficiente por corrección de efectos ISE.....	60
CAPITULO IV: ANÁLISIS SÍSMICO DEL EDIFICIO EL CENTRO I .....		61
4.1	Datos generales del edificio el centro.....	62
4.2	Determinación de peso y rigideces .....	63
4.2.1	Peso .....	63
4.2.2	Rigidez.....	63
4.2.3	Rigidez en Marcos de Concreto. ....	63
4.2.4	Rigidez de Muros sólidos de concretos. ....	64
4.2.5	Rigidez de Muros de concretos con aberturas.....	65
4.2.6	Condiciones de regularidad.....	66
4.3	Análisis estático .....	70
4.3.1	Factor por Reducción por Ductilidad. ....	70
4.3.2	Cálculo del Coeficiente Sísmico. ....	70
4.3.3	Cálculo del Cortante Basal .....	71
4.3.4	Cálculo de las Fuerzas Sísmicas. ....	71
4.3.5	Reducción de Fuerzas Sísmicas.....	72
4.3.6	Periodo fundamental de vibración de la estructura. ....	72
4.3.7	Fuerzas reducidas. ....	73
4.4	Análisis estático por torsión. ....	74
4.4.1	Primer Nivel. ....	74
4.4.2	Centro de Masas.....	74
4.4.3	Centro de Rigidez. ....	74
4.4.4	Excentricidad en ambas direcciones. ....	75
4.4.5	Momento de Torsión en ambas direcciones. ....	76
4.4.6	Cortante por Torsión en ambas direcciones. ....	76
4.5	Segundo Nivel. ....	78
4.5.1	Centro de Masas.....	78
4.5.2	Centro de Rigidez. ....	78
4.5.3	Excentricidad en ambas direcciones. ....	79

4.5.4	Momento de Torsión en ambas direcciones. ....	79
4.5.5	Cortante por Torsión en ambas direcciones. ....	80
4.6	Tercer Nivel.....	81
4.6.1	Centro de Masas.....	81
4.6.2	Centro de Rigidez. ....	81
4.6.3	Excentricidad en ambas direcciones. ....	82
4.6.4	Momento de Torsión en ambas direcciones. ....	82
4.6.5	Cortante por Torsión en ambas direcciones. ....	83
4.7	Cuarto Nivel. ....	84
4.7.1	Centro de Masas.....	84
4.7.2	Centro de Rigidez. ....	84
4.7.3	Excentricidad en ambas direcciones. ....	85
4.7.4	Momento de Torsión en ambas.....	85
4.7.5	Cortante por Torsión en ambas direcciones. ....	86
4.8	Análisis dinámico en la dirección este – oeste.....	87
4.8.1	Masas y Matriz de Masas.....	88
4.8.2	Matriz de Rigidez. ....	88
4.8.3	Planteando y resolviendo el determinante $K - \omega^2 * M$ . ....	88
4.8.4	Encontrando la frecuencia natural. ....	89
4.8.5	Periodo fundamental en la dirección de análisis. ....	89
4.8.6	Desplazamientos relativos. ....	90
4.8.7	Ortogonalidad respecto a las Matrices de Rigidez y de Masa. ....	95
4.8.8	Normalización de los vectores de desplazamientos relativos. ....	96
4.8.9	Factor de Participación de Modal.....	97
4.8.10	Ordenada Espectral de Aceleración.....	97
4.8.11	Espectro de Diseño. ....	99
4.8.12	Aceleración Espectral. ....	99
4.8.13	Desplazamientos Máximos. ....	100
4.8.14	Desplazamientos de cada Entrepiso. ....	101
4.8.15	Fuerzas Laterales. ....	102
4.8.16	Fuerzas Cortantes. ....	104
4.8.17	Factor de Participación de Masas.....	105

4.8.18	Cortante Basal.....	106
4.9	Análisis dinámico en la dirección norte – sur. ....	106
4.9.1	Masas y Matriz de Masas.....	107
4.9.2	Matriz de Rigidez en la dirección Norte – Sur.....	108
4.9.3	Planteando y resolviendo el determinante $\mathbf{K} - \omega^2 * \mathbf{M}$ . ....	108
4.9.4	Encontrando la frecuencia natural. ....	108
4.9.5	Periodo fundamental en la dirección de análisis. ....	109
4.9.6	Desplazamientos relativos. ....	109
4.9.7	Ortogonalidad respecto a las Matrices de Rigidez y de Masa. ....	113
4.9.8	Normalización de los vectores de desplazamientos relativos. ....	114
4.9.9	Factor de Participación de Modal.....	115
4.9.10	Ordenada Espectral de Aceleración.....	115
4.9.11	Espectro de Diseño. ....	117
4.9.12	Aceleración Espectral. ....	117
4.9.13	Desplazamientos Máximos. ....	118
4.9.14	Desplazamientos de cada Entrepiso. ....	119
4.9.15	Fuerzas Laterales. ....	120
4.9.16	Fuerzas Cortantes. ....	122
4.9.17	Factor de Participación de Masas.....	123
4.9.18	Cortante Basal.....	123
CAPITULO 5: INTERACCIÓN SUELO– ESTRUCTURA EN EL EDIFICIO EL CENTRO 1 .....		124
5.1	Interacción suelo – estructura.....	125
5.1.1	Propiedades del Sistema de fundación.....	125
5.1.2	Zapatas Aisladas. ....	125
5.1.3	Zapatas Corridas. ....	126
5.2	Altura Efectiva del Sistema Suelo – Estructura. ....	127
5.3	Rigidez Relativa de la Estructura y el Suelo.....	128
5.4	Peso efectivo del oscilador de reemplazo. ....	129
5.5	Radios de Giro de la Cimentación. ....	129
5.6	Propiedades Dinámicas del Suelo de Fundación.....	131
5.7	Rigidez estática.....	132
5.7.1	Dirección este – oeste.....	133

5.7.2	Dirección norte – sur .....	134
5.8	Periodo fundamental del sistema acoplado Suelo – Estructura.....	137
5.8.1	Dirección este – oeste.....	137
5.8.2	Dirección norte – sur .....	138
5.9	Frecuencia Normalizada.....	139
5.10	Coeficientes de amortiguamiento.....	141
5.11	Calculo de la ordenada espectral dirección norte – sur.....	146
5.12	Calculo del cortante basal por efectos ISE (N – S) .....	147
5.13	Calculo de la ordenada espectral dirección este - oeste.....	148
5.14	Calculo del cortante basal por efectos ISE (E-O).....	149
5.15	Resultados .....	150
6.	CONCLUSIONES .....	154
7.	RECOMENDACIONES.....	155
8.	BIBLIOGRAFIA .....	156
	ANEXOS .....	I
	ANEXO I: Estudio Geotécnico y Evaluación de Parámetros Sísmicos.....	I
	ANEXO II: Planos Constructivos del Edificio El Centro N° 1. ....	XV





## CAPITULO 1: ASPECTOS GENERALES

*En el presente capítulo, estudiaremos a grandes rasgos el fenómeno que rodea a la interacción suelo-estructura, haciendo énfasis en los problemas que se presentan en lugares sísmicos como Managua.*

*Trataremos además sobre los orígenes y la razón de nuestro trabajo, planteando también los objetivos sobre los que se basa este trabajo.*

## 1.1. Introducción.

En el análisis y diseño de estructuras es de vital importancia considerar todas las condiciones desfavorables a las que posiblemente estará sometida una edificación durante su vida útil, dentro de estos, en algunos lugares quizá la de mayor importancia sea el evento sísmico dada su condición destructiva cuando este es de gran intensidad. Es por eso que, en los países de alta actividad sísmica, como el nuestro, los reglamentos de construcción obligan a los constructores a considerar rigurosamente las cargas ocasionadas por sismos, tomando como referencia datos registrados históricamente ante tales eventos. La determinación de la carga lateral por medio del espectro de diseño (Modal – Espectral) es uno de los métodos más usados en el análisis dinámico, y de este también se obtienen los desplazamientos máximos de la estructura.

Sin embargo, en algunos reglamentos, como el nuestro, donde se emplean métodos dinámicos para carga sísmica, se simplifica la estructura mediante un modelo que asume una base empotrada con masas y rigideces concentradas en cada nivel, obviando los efectos que ocasiona el movimiento del suelo acoplado a los cimientos conocidos como **efectos interacción suelo-estructura**. Tales efectos son de mucha importancia en un análisis más elaborado, pues diversas investigaciones han demostrado que cuando la onda sísmica llega a los cimientos de la estructura produce en el sistema suelo-cimentación un conjunto de efectos inerciales y cinemáticos que conllevan a modificaciones en la respuesta de la estructura. Los efectos inerciales, debido fundamentalmente a la inercia y elasticidad del sistema acoplado, ocasionan un alargamiento en el periodo fundamental de vibración, incrementan o reducen el amortiguamiento y modifican la demanda de la ductilidad estructural. Por otro lado, los efectos cinemáticos reducen la traslación de la cimentación e inducen en ella torsión y cabeceo.

La interacción modifica los parámetros dinámicos de la estructura, así como las características del movimiento del terreno en la vecindad de la cimentación. Estas variaciones, en condiciones favorables, pueden reducir los cortantes basales, las derivas de los entrepisos y los momentos de volteo obtenidos en un análisis suponiendo una base indeformable, lo cual conlleva a un diseño más económico. Sin embargo, si las características propias del suelo y la estructura son desfavorables ocurre todo lo contrario y por lo tanto se hace necesario aumentar las secciones y consecuentemente diseños más caros. También, en algunos casos el efecto de la interacción del suelo con la estructura, pueden ser despreciables hasta el punto de no ameritar su consideración, tal es el caso de una estructura muy alta y flexible con poca masa, donde la influencia de los modos superiores (que son por lo general los más afectados significativamente por la interacción suelo-estructura) en la respuesta sísmica es muy pequeña.

En este trabajo se pretende realizar un análisis estructural a un edificio ubicado en la ciudad de Managua por medio del análisis dinámico estipulado en el Reglamento Nacional de la Construcción (RNC-2007) y luego incorporar los efectos ISE contemplados en el apéndice A6 de las Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo (Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, México). No obstante, para esto se necesita información muy detallada de las características del suelo donde se asentará la estructura. También queremos ser precedentes para la consideración de futuros estudios de suelo, con miras a incluir posteriormente en nuestro reglamento un capítulo orientado al análisis de los efectos de interacción suelo-estructura, donde en países como México y Colombia son considerablemente adoptados en el análisis dinámico.

## 1.2. Antecedentes

Históricamente, la región del Pacífico de Nicaragua ha sido golpeada por repetidos sismos producto de erupciones volcánicas, el movimiento de subducción de la placa Coco en la placa Caribe, y los sismos locales que se han producidos en distintas ciudades y municipios de la Región.

Managua, que está ubicada dentro de esta zona, es la principal ciudad con alto riesgo sísmico, debido a las fallas geológicas locales que se presenta a lo largo y ancho de toda la ciudad, las que ocasionan sismos locales someros de intensidad baja y fuertes, los que han llegado a destruir casi por completo a la ciudad, como en el terremoto de 1972, donde la ciudad se vio resumida a escombros y se produjeron alrededor de 10,000 muertos.

Este importante dato histórico hace que las construcciones que se realicen en Nicaragua se hagan incorporando los últimos avances tecnológicos y analíticos de diseño estructural y sísmico. Uno de los nuevos temas de discusión y que ha sido motivo de títulos de diversos libros e investigaciones científicas durante las últimas 2 décadas es la “**Interacción Suelo-Estructura**” (ISE).

El estudio de los efectos **ISE** comienza, de una manera casi accidental, en el año 1936, con la publicación hecha por el PhD. Eric Reissner en “las oscilaciones verticales de un disco rígido en un semi-espacio elástico”. Muchos otros grandes autores de temas y teorías de cimentación, desde entonces siguieron las propuestas de Reissner, mejorándolas y acercándolas cada vez más al comportamiento real que tiene una estructura, en contacto con el suelo, al momento de ser perturbada sísmicamente.

Los estudios e investigaciones más relevantes sobre el tema se produjeron en la década de los 70's donde, por ejemplo, surgieron soluciones al problema de las

placas circulares cargadas sísmicamente sujetas en un semi-espacio elástico. Desde entonces la literatura de los efectos ISE se vio en auge.

En los últimos años, el desarrollo de las capacidades de las computadoras y las creaciones de software especializados el área de diseño estructural como el ETABS, SAP2000, Risa 3D y Revit han permitido profundizar más en el estudio del comportamiento estructural y sísmico de los edificios incluyendo también los análisis de los efectos ISE.

Este nuevo tópico es y ha sido motivo de ardua investigación en países como Chile, Colombia, Estados Unidos, Japón, México, Rusia, Taiwán, Perú y otros; en la mayoría de ellos lo han incorporado en sus reglamentos de construcción.

En nuestro país, por el contrario, aún no se contempla los efectos ISE en el capítulo sísmico del Reglamento Nacional de la Construcción (RNC-07) o en algún apéndice, puesto que no existe ningún trabajo investigativo que contemple y explique el método y como puede usarse.

### **1.3. Justificación**

Debido a la alta sismicidad que presenta nuestro país, es necesario actualizar la reglamentación existente que es utilizada para analizar y diseñar diversas estructuras dentro de cualquier zona del territorio. Considerándose prioritariamente el capítulo sísmico, debido a la delicadeza que representa vivir cerca de una zona tan sísmica como La Fosa Centroamericana.

Podemos decir que los cálculos de los efectos ISE son un complemento a cualquier método dinámico, como por ejemplo el Método Dinámico Modal – Espectral, donde los resultados son muy notorios, porque influye en la determinación de los modos de vibración, así como en la redistribución de los esfuerzos en el edificio y en la cimentación, modificando las fuerzas internas en los diferentes elementos estructurales.

Por la similitud que existe entre el RNC-07 y el Reglamento de Construcción para el Distrito Federal, el análisis de los efectos ISE estará basado en el procedimiento descrito en el apéndice A de Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo (Reglamento de Construcción para el Distrito Federal). Lógicamente se harán las adaptaciones necesarias para que este procedimiento sea aplicable a nuestro país.

#### **1.4. Objetivos:**

##### **1.4.1. Objetivo General:**

- Realizar un estudio conceptual y práctico sobre los efectos de interacción suelo-estructura, haciendo énfasis en la modificación que estos ocasionan a la respuesta dinámica de un edificio.

##### **1.4.2. Objetivo Específicos:**

- Presentar el procedimiento de aplicación de los efectos ISE según las Normas Técnicas Complementarias para diseño por sismo (Reglamento de Construcción para el Distrito Federal).
- Realizar un análisis sísmico a un edificio ubicado en la ciudad de Managua, utilizando el método dinámico modal establecido en el RNC-2007, incorporando posteriormente la corrección por los efectos ISE.
- Demostrar las variaciones en la respuesta dinámica del edificio analizado por la consideración de los efectos ISE.
- Sentar precedentes en los estudios de los efectos ISE, para posteriormente ser incorporados en nuestro reglamento nacional de construcción.



## CAPITULO 2: INICIOS Y EVOLUCIÓN DE LOS EFECTOS ISE.

---

“No voy a intentar definir el tipo de material que yo entiendo que se incluyen dentro de la descripción abreviada de Interacción Suelo - Estructura; y quizás nunca podría tener éxito en hacerlo entendible. Pero sé que es cuando lo veo”.

*Potter Stewart*

*Ex-juez de la Corte Suprema de Estados Unidos*



## **2.1. Definición de Interacción Suelo – Estructura.**

Cualquiera que haya intentado proporcionar una definición de interacción suelo – estructura (ISE), sabe que es muy difícil y es casi imposible intentar una definición sin llegar a dar una larga explicación.

Por supuesto, queda eminentemente claro que el concepto de interacción suelo-estructura se refiere a fenómenos estáticos y dinámicos en un medio del suelo compatible y una super-estructura más rígida; pero la disciplina abarca tantos aspectos diferentes, a veces conectados tenuemente, que es verdaderamente difícil enunciar una definición convincente en pocas palabras.

Para algunos, ésta es un área de especialización que incluye la amplificación de las ondas sísmicas en el suelo, incluso antes que cualquier estructura se haya erigido, de manera que incluya las complejas interacciones dinámicas que se presentan en las capas de suelo por sí mismas. Por lo tanto, es necesario para comenzar con un resumen de algunos de los principales problemas que abarca la teoría de la ISE:

- Respuesta del dominio del suelo a fuentes dinámicas externas (o incluso estáticas) actuando cerca o sobre la superficie. Las fuentes pueden estar concentradas (cargas puntuales) o distribuidas, y podrían ser armónicas en el tiempo o también se aplica con una variación arbitraria en el tiempo (las funciones de Green, o soluciones fundamentales).
- Respuesta de la rigidez de las estructuras idealizadas sin masa, a las ondas transmitidas por el suelo que pasan debajo de ellas (el paso de la onda o la interacción cinemática).
- La respuesta de la idealización de las fundaciones sin masas, zapatas, pilotes o cajones que son compatibles con el suelo inducido por cargas estáticas, armónicas o transitorias que se aplican directamente sobre estas fundaciones (rigidez estática y dinámica).
- Deformación adicional del suelo en las proximidades de una estructura real causado por la retroalimentación de la propia inercia de la estructura (interacción inercial).

- Métodos numéricos, necesarios para analizar cualquiera de los problemas anteriores (modelos de elementos finitos con límites de transmisión, elementos de contorno, método directo, método de la subestructura).

Por lo tanto, no es sorprendente que las personas con una amplia gama de talentos y especialidades, desde los matemáticos y científicos hasta los ingenieros puedan haber participado en el desarrollo de esta disciplina. En las secciones que siguen vamos a revisar brevemente algunos de los más importantes desarrollos de principios técnicos que llevaron al estado de la técnica tal como la conocemos hoy, destacando los pioneros cuyo trabajo dejó una marca indeleble en el campo.

## **2.2. Historia de la Interacción Suelo-Estructura.<sup>1</sup>**

Los efectos del suelo en la respuesta sísmica de un muro de retención fueron considerados como la rigidez de cuerpo, y fue estudiada en los años 1920's por Okabe y Mononabe en Japón. El método de Mononabe-Okabe para estimar las presiones sísmicas en muros de retención, que es una extensión simple de la teoría de Coulumb para casos estáticos, aún se ponen en práctica hoy en día, a pesar de todas las investigaciones que se han llevado a cabo y las mejoras que se han encontrado a lo largo de los años. Algunos de los efectos del suelo en la respuesta sísmica de otras estructuras, fueron tratados por Sezawa y Kanai en una serie de tres publicaciones en 1935.

Los efectos de interacción suelo-estructura fueron tratados por primera vez en los Estados Unidos por Martel en 1940, reportando observaciones del comportamiento del Edificio de Almacenamiento de Hollywood durante el terremoto de Long Beach en 1933. En los años 50's Merritt y Housner observaron una vez más este problema, usando datos recolectados dentro y a fuera del mismo edificio, y comparando los efectos en los movimientos de traslación y rotación del edificio y concluyeron que la rotación fue el efecto más importante observado, y

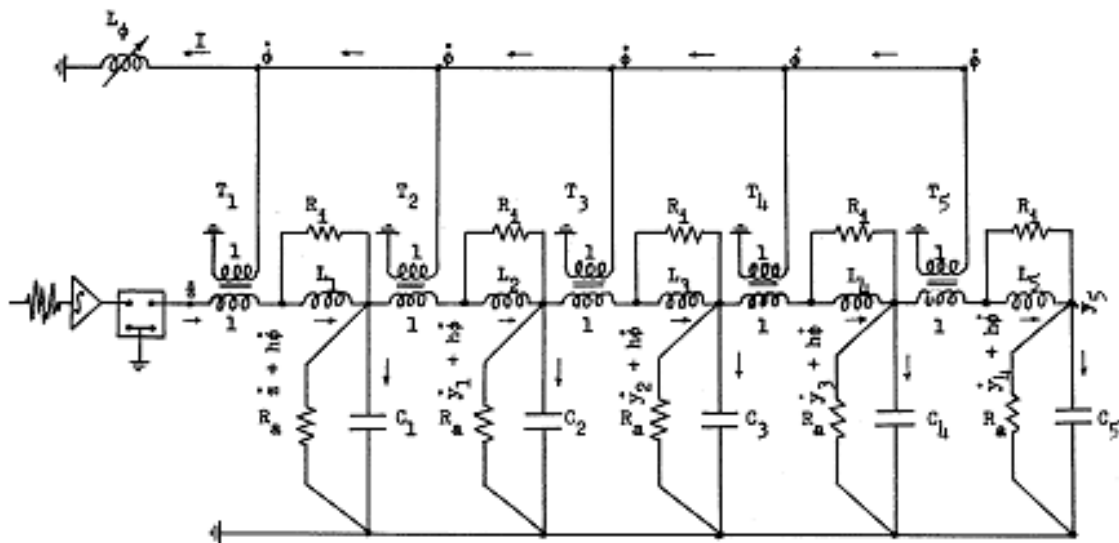
---

<sup>1</sup> Esta Sección está basada en la publicación de Jose M. Roesset *"Soil Structure Interaction The Early Stage"*.

notificaron también sobre una importante reducción de las amplitudes del movimiento horizontal en la dirección larga del edificio.



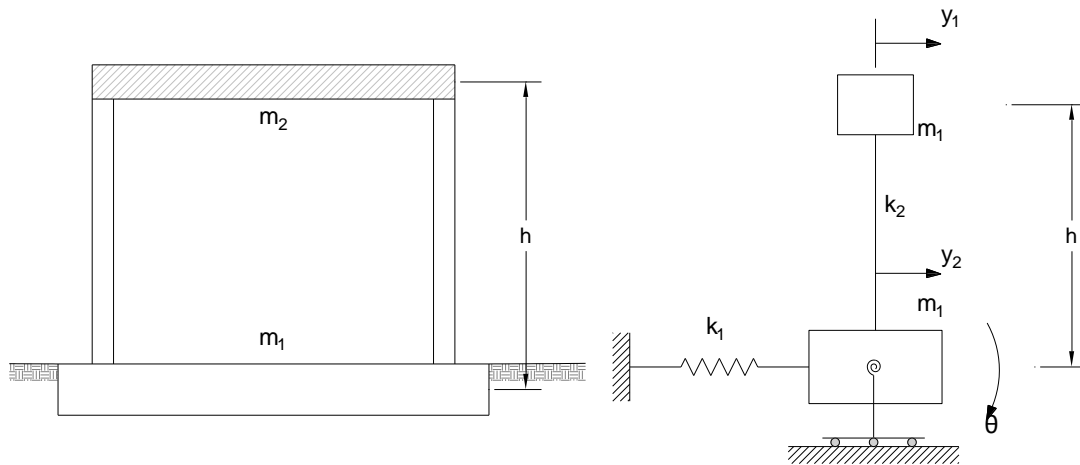
**Figura 2.1.** Edificio de Almacenamiento de Hollywood que cuenta con 15 niveles y que fue analizado por Profesor Romeo Raoul Martel. A la izquierda observamos una fotografía de mediados de los años 40's, mientras que a la derecha observamos el edificio en la actualidad.



**Figura 2.2.** Modelo original del circuito nodal análogo para un edificio de 5 niveles con su fundación. Este modelo fue realizado por R.G. Merritt y G.W. Housner y que fue publicado en el Boletín de la Sociedad Sismológica de Estados Unidos en octubre de 1954.

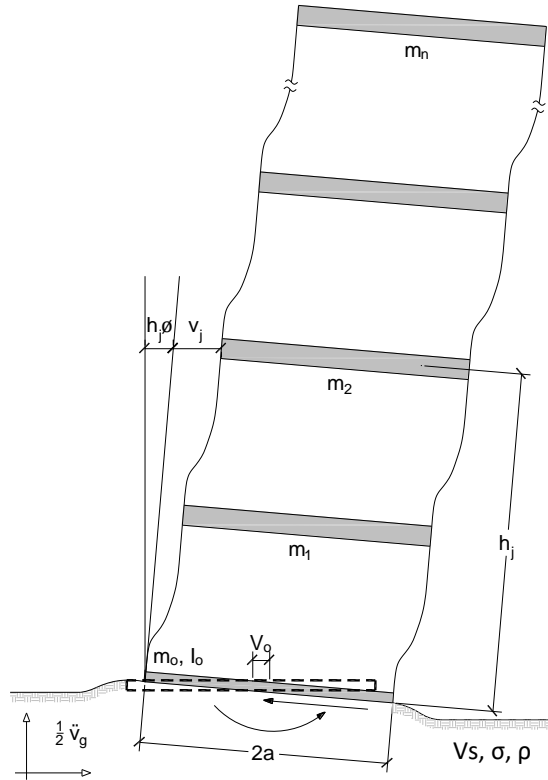
Las investigaciones sobre interacción suelo-estructura se incrementaron considerablemente en los años 60's y 70's debido, en gran parte, al diseño de las Plantas Nucleares de Energía. Un modelo simple de un marco con fundación elástica y con tres grados de libertad (traslación en su punto más alto y en la base,

así como rotación en la base) fueron incluidos como ejemplos aplicados en el libro de Biggs sobre dinámica estructural publicado en 1964, utilizando como constante, una frecuencia independiente de los apoyos para simular la rigidez de la fundación (ver figura 2.1). El mismo modelo, pero con una simplificación adicional al retirar la masa inferior y la rotación inercial, terminando arriba con solo un grado de libertad, fue utilizado por Parmelee en 1967 (ver figura 2.2).



**Figura 2.3.** A la izquierda, el modelo simple de John M. Biggs de 1964: Marco sobre fundación flexible. A la derecha, un diagrama de las fuerzas que interviene en el modelo de Biggs. *Elaborado por los autores y basado en el modelo original de la página 137 del libro Introducción a la Dinámica Estructural y cuyo autor es el propio Biggs.*

La rigidez dinámica de una fundación circular sobre la superficie de un semi-espacio elástico fue obtenida por Reissner en los años 30's para excitaciones armónicas verticales. Los trabajos en este sentido continuaron en los años 30's y 50's con importantes contribuciones de parte de Bycroft. En 1968 Parmelee describió términos para frecuencias dependientes de la rigidez de la fundación utilizando las expresiones disponibles en ese entonces.



**Figura 2.4.** Modelo del sistema Edificio-Fundación elaborado por Parmelee. Elaborado por los autores y que está basado en el trabajo de Jennings & Bielak de 1973.

Estudios paramétricos a lo largo de esa línea, utilizando el modelo de tres grados de libertad de Biggs, descritos para la masa de la base y la rotación inercial fueron realizados en 1970 por Sarrazin, quien probablemente encontró el que pudo haber sido el efecto de interacción más importante, el cual se debió a la significativa rotación de la base más que aun cambio de traslación, confirmando así lo ya antes reportado por Housner. Para ese entonces, ya se habían aceptado que estos efectos dinámicos de interacción suelo-estructura serían generalmente más importante para estructuras muy rígidas, como las centrales nucleares, que para los edificios flexibles sobre roca o suelos muy rígidos.

En 1969 fue celebrado en el Instituto Tecnológico de Massachusset (MIT por sus siglas en inglés) un simposio sobre el diseño sísmico de las centrales nucleares y, un año después se publicaron los artículos, incluyendo un capítulo por R.V. Whitman sobre Interacción Suelo-Estructura.

Las publicaciones de 1971, precisa de los términos de rigidez dinámica de bases circulares en un rango extendido de frecuencias por Veletsos y Wei y, Luco y Westman que permitieron realizar estudios con modelos más precisos obteniendo así, un nuevo aumento de los esfuerzos de investigación. En 1973, el modelo simplificado de Parmelee fue utilizado por Jennings y Bielak para derivar una expresión aproximada de la frecuencia natural efectiva del sistema suelo-estructura que han sido ampliamente utilizados para las estimaciones preliminares.

En 1974, Kausel señaló la necesidad de considerar, en el caso sísmico, no sólo las deformaciones del suelo debido a las fuerzas inerciales en la estructura (fuerzas axiales, cortante basal y momento de vuelco) que corresponden exactamente con el problema de interés en el diseño de fundaciones para máquinas con vibración; sino también, el efecto de una base rígida en un tren de ondas sísmicas, filtrando las componentes de alta frecuencia de los movimientos de traslación y la introducción de movimientos de rotación (balanceo y torsión).

Whitman introdujo los términos de interacción ***inercial*** y ***cinemática*** para diferenciar estos dos tipos de efectos. Estudios posteriores confirmaron la importancia potencial de los efectos de la interacción cinemática particularmente para las fundaciones empotradas.

Los esfuerzos de investigación durante los años 70 procedieron a lo largo de varias líneas complementarias desarrollando métodos de análisis incorporando la interacción suelo-estructura, y que determinaron la rigidez dinámica de diferentes tipos de fundaciones, y evaluaron la importancia relativa de la interacción inercial y cinemática.

### **2.3. Solución Fundamental**

En una parte del siglo XIX y principios del siglo XX un número de científicos (en su mayoría no sólo matemáticos, sino que también científicos de ingeniería)

proporcionan el marco teórico junto con soluciones fundamentales, las funciones de Green, que no sólo hicieron posible que el desarrollo de la Interacción Suelo-Estructura fuese factible, basándose en el Método de Elementos de Contorno (BEM, por sus siglas en inglés) que hasta la fecha se utiliza.

Los primeros científicos que han abordado el problema de las cargas sobre o dentro de un cuerpo elástico infinito (o semi-infinito) fueron los matemáticos franceses eminentes Gabriel Lamé y Benoît Paul Émile Clapeyron, que en la primera parte del siglo XIX abordaron el problema del semi-espacio con herramientas matemáticas y métodos tan recónditos y complicados que no obtuvieron resultados útiles y prácticos. Por lo tanto, la primera solución fundamental tuvo que esperar hasta mediados del siglo XIX hasta 1848, cuando Sir William Thomson (mejor conocido como Lord Kelvin) dio expresiones para los desplazamientos provocados por fuerzas estáticas concentradas que actúan en un punto arbitrario de un sólido elástico e infinito.

Muy poco tiempo después, en 1849, se plantea una solución mucho más difícil del problema del tiempo de variación de las fuerzas puntuales en un medio infinito proporcionado por Sir George Gabriel Stokes, profesor Lucasiano de Matemáticas en Cambridge. En la solución Stokes, las fuerzas de tiempo armónico y fuerzas estáticas son casos especiales constituyendo, hoy en día, una piedra angular en el Método de Elementos de Contorno y ejercen una influencia más profunda no sólo en el campo de la ISE, sino también en la geofísica, la acústica y otras ramas de las ciencias. Una característica sobresaliente del método de Stokes es que es una de las pocas soluciones fundamentales que son conocidos en forma cerrada a través del espacio en los dominios de tiempo y frecuencia. Una interpretación moderna de la solución de Stokes en dos y tres dimensiones se encuentra elaborado por los matemáticos británicos Eason, Fulton y Sneddon de 1956: "La generación de ondas en un sólido infinito elástico por fuerzas variables".

En el último cuarto del siglo XIX, otro matemático francés, Joseph Valentin Boussinesq publicó en 1878 una serie de artículos cortos en la revista *Comptes Rendus* que esbozan un método de solución para cargas puntuales estáticas

verticales aplicadas sobre la superficie de un semi-espacio elástico, y también dio una solución cerrada para un disco rígido en contacto con la superficie de un semi-espacio que soporta cargas verticales. Sin embargo, no fue hasta 1885 que un extenso tratado sobre el tema da a conocer todos los detalles de su método, basado en los potenciales.

En el ínterin, el matemático italiano Valentino Cerruti, catedrático de Mecánica Racional y Rector de la Universidad de Roma, publicó en 1882 un artículo relacionado, en la revista de la Real Academia Italiana (Reale Accademia dei Lincei), a la que muchos trabajos modernos hacen referencia.

El artículo de Cerruti es bastante general en su método y hace un amplio uso de los teoremas integrales elasto-estáticos conocido como principio de Betti (similares a los que subyacen en el moderno Método de Elementos de Contorno) y obtiene la respuesta en el interior de un sólido arbitrario provocada por tracciones o desplazamientos prescritos en las partes de los límites externos. Aunque Cerruti no utiliza el lenguaje moderno de la mecánica de medios continuos, su papel tiene que ver con lo que claramente puede ser reconocido hoy como un problema de contorno que implica un cuerpo elástico rodeado en parte por una frontera de Dirichlet, donde se prescriben desplazamientos, y en parte por un límite de Neumann donde se prescriben tracciones.

A partir de entonces, se va a aplicar su método a un cuerpo de extensión infinita limitada por una superficie plana (es decir, un semi-espacio); sin embargo, en ninguna parte se proporcionan las ecuaciones finales para el campo de desplazamiento debido a una carga tangencial famosa atribuida a él. Sus ecuaciones en efecto, contienen las herramientas necesarias para obtener una solución de este tipo, y no sólo para cargas puntuales tangenciales en la superficie sino para cualquier distribución de cargas horizontales o verticales. Como ejemplo de aplicación de su método, él deriva de sus ecuaciones el caso de las cargas verticales y consigue resultados que están de acuerdo con los de Boussinesq.



En 1904, un salto significativo llegó en la forma de la solución fundamental para un semi-espacio homogéneo sometido a una carga dinámica en su superficie, que figura en el documento célebre de Sir Horace Lamb, profesor de Matemáticas en la Universidad de Adelaida en el sur Australia. En él, Lamb recurre a un método precursor que lo constituye la moderna transformada integral para obtener la respuesta a cualquiera impulso bidimensional o tridimensional, algunas veces aplicado a cargas verticales sobre la superficie de un semi-espacio elástico. (Nota: el espacio bidimensional no tiene solución al paso de la carga). Sin embargo, a Lamb le faltaba en su tiempo el conjunto completo de herramientas matemáticas - por no hablar de los ordenadores - necesarios para evaluar plenamente todas sus integrales. Por lo tanto, Lamb evaluó con cierto detalle solo la respuesta en el campo lejano, desde la fuente a distancias remotas. Hoy en día y en su honor, el problema de una fuente dinámica aplicada en la superficie de un semi-espacio elástico se conoce como el problema de Lamb.

El siguiente gran hito en soluciones fundamentales llegó con una publicación en 1936 de la famosa serie de Raymond David Mindlin de ecuaciones de forma cerrada para el campo de desplazamientos provocados por cargas puntuales estáticas, verticales y horizontales enterrados a una profundidad arbitraria por debajo de la superficie de un semi-espacio elástico. La leyenda cuenta que la brevedad de su tesis en la Universidad de Columbia en Nueva York planteó dudas en cuanto a su calidad, pero se disipa tan pronto como en la sede departamental se enteraron de que había logrado resolver un problema muy difícil que había dejado perplejos a otros antes que él.

La publicación de Mindlin apareció en el mismo año en que obtuvo su doctorado, pero no fue hasta 1940 que finalmente fue nombrado profesor asistente en Columbia. Sin saberlo él, el ingeniero austriaco Ernst Melan (1932) ya había publicado cuatro años antes una solución para la contraparte bidimensional de cargas lineales enterradas, una obra sobre la que fue alertado por S. Timoshenko. Mindlin luego añadió en su artículo de 1936 una comparación con las fórmulas de Melan y confirmó estar de acuerdo con su propia solución.

Cerca de cuatro décadas después de Lamb, Cagniard en 1939, finalmente logra evaluar las transformadas integrales dobles requeridas en el problema de Lamb por medio de una muy ingeniosa integración de contorno que todavía era arcana que pocos lograron entender. Dos décadas más tarde, Hoop en 1960, tuvo éxito en la búsqueda de una simplificación sustancial al procedimiento de Cagniard y que hoy se conoce como el método *Cagniard de Hoop*. Esta estrategia de análisis también fue utilizada por Pekeris en 1955 y Chao en 1960 para obtener soluciones de forma cerrada (es decir, que no requieren integraciones numéricas) para cargas puntuales verticales y horizontales impulsivas en un semi-espacio, pero sólo cuando la relación de Poisson es  $\nu = 0.25$ .

A partir de entonces, Mooney en 1974, generalizada los resultados Pekeris para cargas puntuales verticales que actúan sobre semi-espacios con relaciones de Poisson arbitrarias, pero sólo obtuvo resultados para el componente horizontal de desplazamiento hasta la relación de Poisson  $\nu = 0,2631$ , que es el valor en el que las falsas raíces de la ecuación de la velocidad de las ondas Rayleigh se convierten a complejas. En todas estas soluciones, los desplazamientos se conocen en forma cerrada sólo en la superficie y en el eje de simetría debajo de la carga, y no en los puntos interiores. En cuanto a cargas impulsivas lineales en dos dimensiones, existen soluciones completas de forma cerrada para los problemas de Lamb que a partir de entonces fueron sólo para fuentes en la superficie y los desplazamientos en cualquier parte del cuerpo, o para cargas lineales enterradas y desplazamientos en la superficie.

Por el contrario, los desplazamientos contenidos en cualquier parte del semi-espacio debido a cargas dinámicas sólo puede obtenerse por medios puramente numéricos, y lo mismo es cuando las cargas son armónicas, incluso cuando las cargas lineales se aplican en la superficie, a excepción del caso de la carga líneal SH.

El trabajo fundamental de Lamb junto con sus refinamientos, en las décadas siguientes a principios y mediados del siglo XX, proporcionaron las fórmulas exactas para las respuestas transitorias de semi-espacios elásticos, producidas

por fuentes lineales y puntuales aplicadas repentinamente en la superficie. Por lo tanto, es notable que las comparaciones de las soluciones de forma cerrada para una sola transformada sean deficientes, es decir a partir del número de ondas desde el dominio de frecuencia al dominio de la frecuencia-espacio, o alternativamente, el número de ondas en el dominio del tiempo.

Tal vez la razón radica, en parte, en la dificultad de la obtención de resultados exactos para una sola transformada (es bastante curioso que la doble transformada resulte ser más fácil) sino también por la disponibilidad que la solución del espacio-tiempo elimina gran parte de la motivación para encontrar soluciones a tales transformadas parciales. No obstante, no hay falta de soluciones prácticas basadas en métodos numéricos. Una particularidad poderosa es el Método de capa fina para las funciones de Green de un medio estratificado que fue elaborado por Kausel y Peek entre 1981 y 1982; mismo que ahora se encuentra contenido en los códigos de los softwares ampliamente usados como PUNCH y SASSI, entre muchos otros.

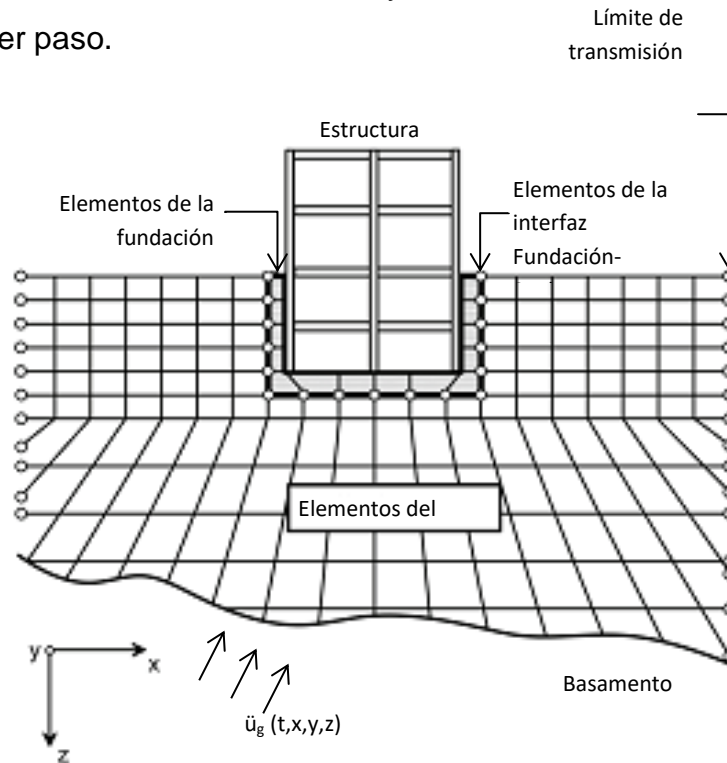
Una vez que estas soluciones fundamentales pioneras llegaron a ser ampliamente conocidas, surgieron otras soluciones para cargas distribuidas de varias formas y características, incluyendo los medios transversalmente isotrópicos. Aun así, muchas de las soluciones estáticas se pueden encontrar en el libro de referencia muy conocido por Poulos y Davis de 1974, mientras que la contraparte dinámica (incluyendo los problemas de Stokes, Lamb y de Chao) se puede encontrar en el libro de Kausel de 2006.

## **2.4. Métodos de Análisis**

Dos métodos generales de análisis fueron desarrollados y usados para un análisis sísmico que incluían la interacción suelo-estructura:

1. Un método directo, en el que el sistema suelo-estructura combinado se resuelve en un solo paso. La estructura se modela a través de una combinación de elementos finitos y elementos lineales, y el suelo se discretiza mediante elementos finitos o diferencias finitas.

2. Un método de los tres pasos o de subestructura, donde el problema se divide en tres partes: la determinación de los movimientos de la fundación sin ninguna estructura debido a las ondas sísmicas, el cálculo de una matriz dinámica de rigidez de la fundación, y el análisis dinámico de la estructura agregando la matriz de la fundación, y sometiéndola al movimiento calculado en el primer paso.



**Figura 2.5.** Ilustración esquemática del Método Directo de interacción suelo-estructura usando un modelo continuo de elementos finitos. Tomado de la norma NEHRP - 2012 sobre interacción suelo-estructura.

En 1977, el método directo fue denominado por Seed et al. como la "solución completa", de hecho, sería lo mejor si se fuera a realizar un análisis no lineal en el dominio del tiempo de modelos tridimensionales y detallados tanto del suelo como de la estructura, con relaciones constitutivas no lineales apropiadas para el suelo, y permitiendo considerar todos los tipos de ondas. En la práctica, por desgracia, estos análisis fueron realizados utilizando, la mayoría de las veces, modelos bidimensionales con deformaciones en el plano, a como se aplica en el programa de ordenador LUSH, o pseudo modelos tridimensionales como en FLUSH.

Estos modelos, fueron realizados en el dominio de la frecuencia utilizando las propiedades equivalentes del suelo obtenidas de los análisis lineales iterativos, modificando el módulo de corte y la amortiguación en función del valor de los esfuerzos de corte característicos, obtenidos a partir del ciclo anterior, y ellos asumen el mismo movimiento en todos los puntos a lo largo del borde inferior del modelo, simulando las ondas de cortante con propagación vertical.

Los modelos estructurales eran relativamente simples, y en algunos casos eran sólo bloques de elementos finitos. Se sugirió de hecho utilizar los análisis con modelos estructurales simplificados sólo para encontrar el movimiento en la base de la estructura y, luego utilizar ese movimiento para refinar los tradicionales análisis sísmicos estructurales (estos modelos normalmente no se permiten, sin embargo, especifican una rotación en la base).

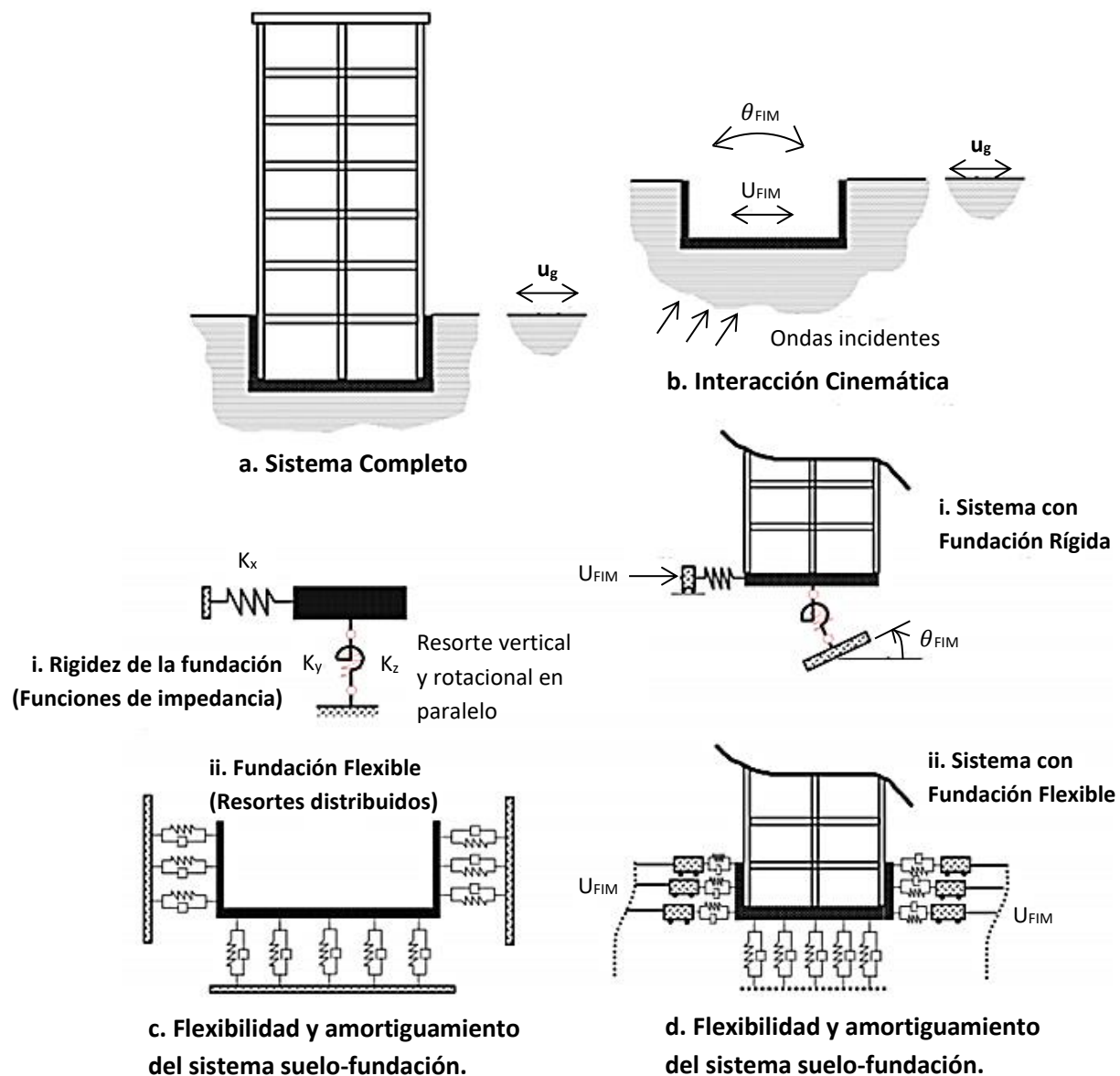
El pseudo modelo tridimensional consideraba una franja de suelo con amortiguadores viscosos colocados en las caras laterales. El modelo, no fue capaz de reproducir correctamente una base circular, en la cual se requería la selección de un ancho de franja del suelo y que estaba basada en la suposición de modelos bidimensionales que subestimaban el amortiguamiento por radiación. Ya sea que la amortiguación se subestime o sobreestime, dependerá del ancho de franja del suelo elegido. FLUSH incluía los límites constantes laterales basados en el trabajo Waas de 1972, que permitía considerar casos puramente elásticos lineales, así como los casos de amortiguamiento de suelos superficiales.

En 1976 se presentó un mejor procedimiento, el método suelo-isla. En este método, la solución se lleva a cabo en el dominio del tiempo con un modelo no lineal para el suelo. La masa de suelo no tiene absorción (o transmisión) de límites laterales, por lo tanto, el modelo no sería capaz de proporcionar una solución precisa para un caso elástico lineal o, si la amortiguación interna fuera muy pequeña. Sin embargo, se pretende que para los casos en los cuales el suelo tenga un comportamiento no lineal, las ondas generadas por la vibración de la estructura sean amortiguadas antes de llegar a los límites, e inicialmente para estructuras empotradas sometidas a cargas por vibración.

Los procedimientos de solución directa requieren, en todos los casos, especificar los datos sísmicos del suelo en la base del modelo. No había, por tanto, una necesidad de obtener movimientos a una mayor profundidad que la base del modelo, y que fuera compatible con el sismo de diseño especificado en la superficie libre del suelo o en un afloramiento de roca hipotético (a menos que se especifique directamente el movimiento en el basamento rocoso). Esto se conoce como ***análisis deconvolución*** y dio lugar a problemas adicionales.

El método de tres pasos fue propuesto por **Eduardo Kausel** en 1974. Este método requiere un sistema lineal con un comportamiento del suelo no lineal que se representaron, aproximadamente, mediante el uso de las propiedades equivalentes del suelo resultantes de los estudios de amplificación en campo libre (basándose en la solución iterativa lineal para el caso unidimensional). Las no linealidades adicionales debido a las vibraciones de la estructura fueron desestimadas; así como también, otros efectos no lineales (separación entre la fundación y el suelo). Los análisis se llevan a cabo, normalmente, en el dominio de la frecuencia.

Las principales ventajas de este procedimiento son que cada uno de los pasos podrían ser llevados a cabo con cualquier modelo deseado y, los resultados de cada paso se pueden comprobar fácilmente para ver si son razonables y de acuerdo con lo que se podría esperar en base a las características del problema. El primer paso, que corresponde a la interacción cinemática, podría considerar cualquier tren de onda sísmica que se propaga a través del suelo y permite especificar el movimiento de diseño en cualquier punto. El segundo paso, permite realizar un análisis para cada caso concreto o para utilizar las soluciones posibles.

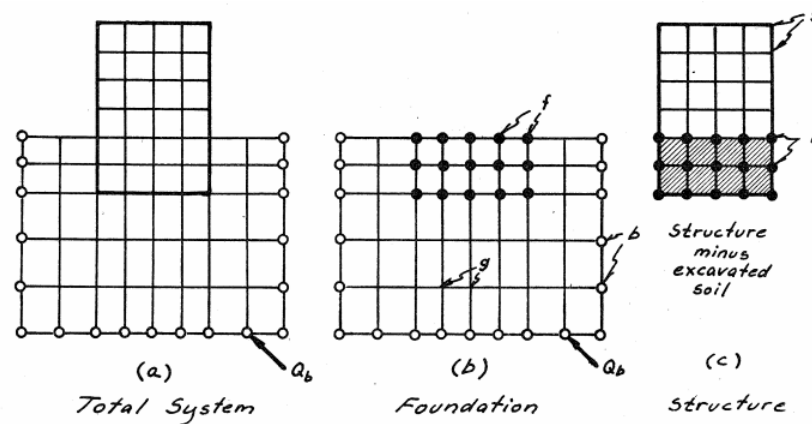


**Figura 2.6.** Ilustración esquemática del Método de la Subestructura para analizar la interacción suelo-estructura utilizando: **i. fundación rígida**, **ii. Fundación flexible**. Tomado de la norma NEHRP - 2012 sobre interacción suelo-estructura.

El tercer y último paso necesita de un programa de ordenador que tenga un propósito especial, ya que los programas tradicionales no permiten considerar componentes horizontales y de rotación de movimiento o calcular una frecuencia dependiente de la rigidez dinámica. Hoy en día, esto sigue siendo cierto ya que algunos programas comerciales pretenden incluir los efectos de la interacción suelo-estructura, pero no lo hacen. Descripciones más detalladas del método fueron proporcionados por Veletsos en 1977 y por Luco en 1982.

La solución con cualquiera de los métodos se llevó a cabo, en general, en el dominio de la frecuencia (siendo la excepción el método isla-suelo de 1976); sin embargo, la mayoría de los ingenieros estructurales estaban más familiarizados con el uso de análisis modal y, en muchos casos, el análisis modal-espectral. Desafortunadamente, la matriz de amortiguamiento asociado con la fundación, incluso si se supone constante, era independiente a los términos de la frecuencia, y no satisface la condición de ortogonalidad y por lo tanto el sistema completo no tiene modos reales en el sentido clásico. A partir de esto, se propusieron una serie de soluciones aproximadas para realizar análisis modales. Una solución exacta fue presentada en 1974 por Chopra y Gutiérrez.

Las ventajas y desventajas del método directo y del método de los 3 pasos fueron objeto de una gran controversia por varios años y, los resultados que se obtuvieron fueron comparados haciendo suposiciones diferentes para cada caso (teniendo en cuenta, por ejemplo, una capa de suelo de espesor finito en un caso y un espacio de un medio elástico en otro). Hubo un tiempo en el que el método directo utilizando programa FLUSH fue el único aceptado por los reguladores nucleares de algunos países a pesar de sus claras limitaciones.



**Figura 2.7.** Ilustración esquemática original que utilizó Lysmer et al. para describir el modelo utilizado en el software SASSI. Tomado del documento de Lysmer de 1981 y publicado por la Universidad de California en Berkeley.



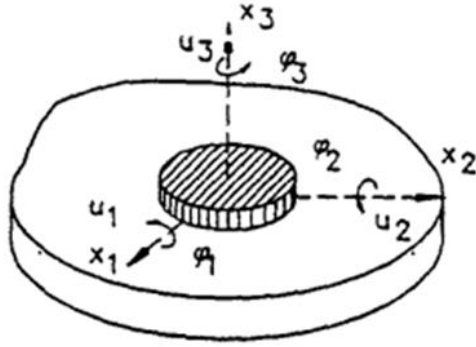
La controversia terminó cuando en 1981, John Lysmer et al. desarrolló una solución tridimensional más exacta, pero con una solución lineal para la subestructura en el programa SASSI. De esta manera, el método de la subestructura fue finalmente aceptada por las instituciones reguladoras.

## 2.5. Rigidez Dinámica de la Fundación.

El trabajo original sobre la rigidez dinámica de las fundaciones había considerado una esfera circular rígida en la superficie de un semi-espacio elástico lineal y homogéneo. La solución más realista para un semi-espacio en capas, había sido desarrollada por Luco en 1974.

En 1974, Kausel utilizando una formulación de elementos finitos en coordenadas cilíndricas con límites laterales consistentes (una extensión del límite Waas), estudió tanto superficies como fundaciones empotradas en un depósito de suelo de capas de profundidad finita (con un fondo rígido que simula una roca muy dura). Las principales diferencias entre los resultados para un semi-espacio y los de una capa finita, fueron que la rigidez estática se incrementaría en este último caso, que la variación de la rigidez real (la constante elástica) con la frecuencia fue mucho más pronunciada con oscilaciones correspondiente a las frecuencias naturales de la capa, y que la parte imaginaria de la rigidez, que representa el amortigua por radiación, sería cero por debajo del umbral de la frecuencia (la frecuencia fundamental de la capa de suelo) en cortante para las vibraciones horizontales; y una función de frecuencia de la relación de Poisson (y esencialmente igual a la frecuencia natural de la onda P para valores de esta relación menores que  $1/3$ ) para los casos rotacionales y verticales.

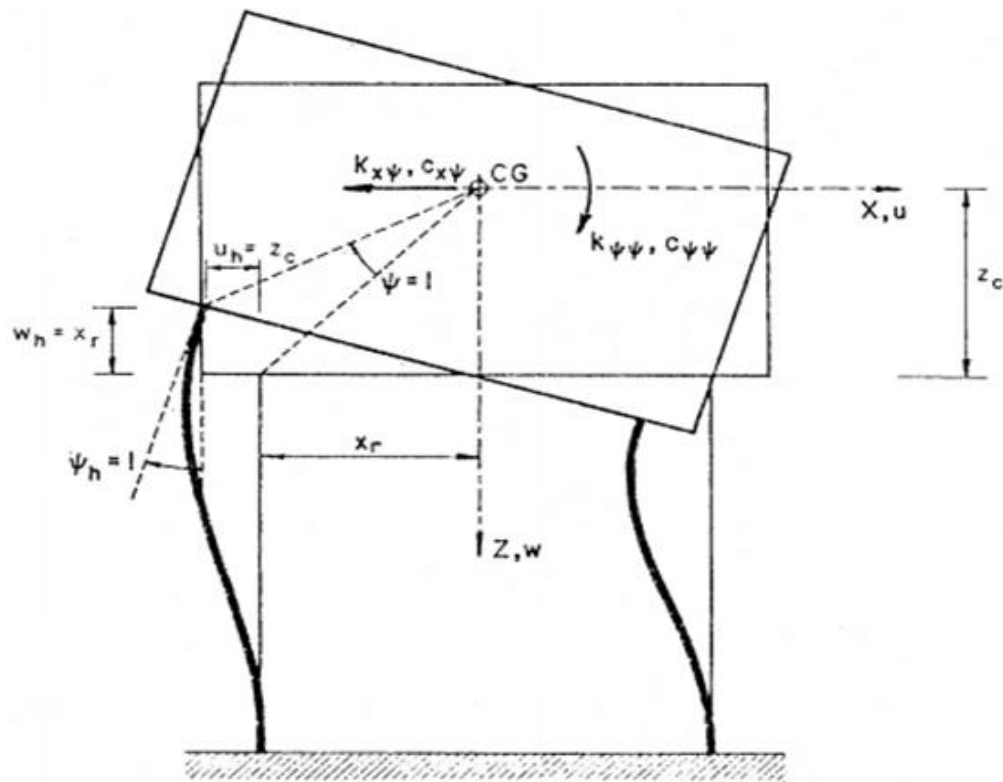
El aumento en los valores de la ***rigidez estática*** es particularmente grande para el caso vertical, es intermedio bajo vibración horizontal y es muy pequeña para el término oscilante.



**Figura 2.8.** Ilustración esquemática que se utilizó por muchos investigadores en donde se representa un modelo de fundación circular en un semi-espacio finito o infinito. Tomado del libro de José Domínguez publicado en 1993.

La **rigidez de la fundación** aumenta también estando empotrada, pero en este caso el efecto es más grande para las vibraciones oscilantes, es intermedio para los movimientos horizontales y es muy pequeño para el término vertical, lo contrario de la tendencia de una capa finita por oposición a un semi-espacio. El **amortiguamiento por radiación** también aumenta con el desplante y este incremento es particularmente importante en las oscilaciones y para las frecuencias bajas. Por otra parte estos aumentos se ven afectados por las condiciones del relleno.

Varias soluciones aproximadas para fundaciones empotradas, sustituyendo el relleno por resortes y amortiguadores distribuidos a partir de fórmulas de Baranov para un disco que vibra dentro o fuera de un plano horizontal, se habían presentado por Beredugo y Novak en 1972 y, Novak y Sachs en 1973. Estas aproximaciones valiosas dan resultados razonables en la mayoría de los casos, pero asegurar que una base empotrada sin contacto con el relleno tendría la misma rigidez que una base superficial, no era correcto.



**Figura 2.9.** Ilustración esquemática original que utilizó Milos Novak en 1974 para representar el desplazamiento de los pilotes para encontrar la rigidez de la fundación y las constantes de amortiguamiento relacionadas a la rotación. Tomado del documento "Dynamic Stiffness and Damping Piles".

En este caso, los aumentos reportados anteriormente disminuyen sustancialmente, pero no desaparecen por completo. Las soluciones para bases rectangulares fueron obtenidas en tres publicaciones: en 1978 por Domínguez, utilizando el método de elemento de contorno (ecuación integral de contorno); por la publicación de las funciones de Green para medios estratificados por Kausel en 1981 y por Luco y Apsel en 1983. Ellos hicieron posible encontrar las soluciones para bases superficiales y empotradas de forma arbitraria.

La rigidez dinámica de los pilotes individuales fue investigada en 1974 por Novak, utilizando un modelo de una viga sobre fundación elástica con el suelo representado, nuevamente, por medio de los resortes y amortiguadores trabajados por Baranov en 1967. Una solución más precisa, fue sustituir el suelo alrededor del pilote por la matriz de contorno constante de Kausel y que representa la plena

interacción entre las reacciones del suelo y los desplazamientos a lo largo del pilote, que fue desarrollado por Blaney, en 1976.

Los estudios comparativos posteriores desarrollados por Sánchez Salinero en 1982 mostraron que los resultados obtenidos mediante la formulación de Novak proporcionan, en términos generales, la solución más precisa para las dimensiones típicas de pilotes sólidos. No son, sin embargo, tan confiable para los pilotes huecos donde el momento de inercia de la pila deja de estar en función de su radio.

Un modelo de fundación Winkler no incorpora el tamaño de la cavidad del suelo, por tanto, produce resultados que son dependientes sólo del momento de inercia de la pila. Sin embargo, el modelo de Winkler es muy popular y es también la base para el análisis no lineal de pilas utilizando curvas P-y (Carga vs Longitud).

Los errores más graves cometidos sobre pilotes huecos se dan al utilizar modelos de elementos finitos del suelo y representar al pilote por una línea a lo largo de su eje centroidal como si se tratase de una viga-columna unidimensional; sin embargo, este también es un modelo popular utilizado en diversos estudios de investigación, tanto para un solo pilote como para grupos de ellos. En este caso, los resultados obtenidos son los correspondientes a una cavidad con radio igual a cero.

La rigidez dinámica de la fundación para pilotes y grupos de pilotes se estudió de forma independiente por Kaynia y por Gómez, en 1982. En la actualidad, todavía hay cierta controversia acerca de la validez de la utilización de los coeficientes de interacción elástica y se ha sugerido hacer estos coeficientes iguales a cero cuando la distancia entre las dos pilas sea mayor que 10 o 5 veces el diámetro del pilote. No obstante, esto hace una diferencia importante para los grandes grupos de pilotes. Algunas regulaciones recomiendan desestimar por completo los efectos de interacción entre los pilotes que estén separados de entre 3 ó 5 veces el diámetro del pilote. Despreciar los efectos del grupo para las distancias entre las pilas de sólo 3 veces el diámetro no es aconsejable. Sin embargo, se debe tener

en cuenta que los coeficientes de interacción dinámica y factores de grupo resultantes son funciones de la frecuencia y pueden ser bastante diferentes al comprarlos con los valores estáticos.

Hay una escasez de datos experimentales fiables sobre la rigidez dinámica de grupos de pilotes. En 1984, Sharnouby y Novak publicaron resultados de las pruebas llevadas a cabo cuidadosamente en un conjunto de 102 pilas pequeñas y, en ese mismo año, compararon los datos experimentales a los resultados de algunas de las formulaciones mencionadas anteriormente. Las propiedades del suelo varían con la profundidad y se utilizaron dos conjuntos de perfiles ligeramente diferentes para los cálculos.

Dichas pruebas indicaron una rigidez lateral estática de  $22.8 \times 10^6$  N/m, y los cálculos dieron valores de  $21.7 \times 10^6$  N/m y  $22 \times 10^6$  N/m para los 2 perfiles de suelo. La diferencia entre los factores de grupo era más grande porque el valor de la rigidez de una sola pila utilizada por los autores para obtener el factor en el caso experimental era diferente de la obtenida con los programas. La frecuencia del pico de la curva de respuesta de la frecuencia experimental fue de entre 15 a 20% mayor que el obtenido con el programa, indicando que la variación de la rigidez con la frecuencia podría estar sobre estimada.

## **2.6. Efectos de Interacción Inercial y Cinemática**

La principal consecuencia de la interacción suelo-estructura es que el movimiento que se producirá en la base de una estructura no será igual al experimentado en el mismo nivel, pero en campo libre, a como se había supuesto tradicionalmente por los ingenieros estructurales en los análisis sísmicos estructurales. Las diferencias entre estos movimientos se deben, en parte, a la dispersión de las ondas sísmicas a través de la fundación (el impedimento de una base rígida a las deformaciones que se producirían en el suelo), pero también, a las deformaciones y desplazamientos inducidos en el suelo por las fuerzas de inercia de la estructura vibrante transmitida a través de la fundación.

El primer efecto es la interacción cinemática, particularmente importante para las fundaciones enterradas. El segundo es la interacción inercial. En este caso, en lugar de encontrar el movimiento en la base de la estructura con el fin de realizar un análisis sísmico tradicional, se prefiere analizar un sistema modificado consistente de la estructura y la base representada por una matriz de rigidez dinámica.

Para una base rígida o muy rígida esta matriz tendría como máximo 6 grados de libertad; para las fundaciones con 2 planos de simetría se podría desvincular 2 de dos en dos matrices, correspondientes a los movimientos y rotaciones horizontales y dos términos independientes que representan la rigidez vertical y torsional; para fundaciones superficiales los términos de acoplamiento entre traslación horizontal y balanceo son pequeños y con frecuencia se desprecian, conduciendo a una matriz de rigidez diagonal (o seis resortes y amortiguadores que actúan de manera independiente entre sí, pero que dependen de la frecuencia); mientras que para las fundaciones enterradas sería necesario colocar los resortes en algún nivel por encima de la base. Los efectos de la interacción inercial están representados entonces, por el cambio entre las propiedades dinámicas del sistema de interacción suelo-estructura y la estructura por sí misma (frecuencias naturales y amortiguación).

Los efectos de interacción inercial se caracterizan por un aumento en el periodo natural (el sistema suelo-estructura es más flexible que estando la estructura sola) y un cambio en el amortiguamiento efectivo (a menudo, pero no siempre, un incremento) debido a la radiación de las ondas lejanas a la fundación. La importancia del cambio en el período dependerá del valor del período de la estructura por sí misma y el contenido de la frecuencia del movimiento sísmico (incluyendo los efectos de interacción cinemática). Para cualquier sismo en particular, el resultado puede ser beneficioso o perjudicial dependiendo de si el cambio en el período conduce a un menor o un mayor valor de espectro de respuesta. Al utilizar los espectros de diseño el efecto será a menudo pequeño.

Para otros tipos de excitaciones (tales como cargas por ondas) el cambio en el período puede ser perjudicial.

El cambio en la amortiguación efectiva es normalmente beneficioso, en particular para estructuras rígidas bajas y anchas, pero podría ser perjudicial para estructuras delgadas porque el amortiguamiento por radiación es mucho menor para el balanceo que para la traslación.

Los efectos de interacción cinemáticos se caracterizan por un filtrado de altas frecuencias en las componentes del movimiento de traslación y la aparición de las componentes rotacionales (balanceo y torsión). Para cimientos superficiales sometidos a ondas sísmicas que viajan en un ángulo distinto de cero con respecto a la dirección vertical, habrá una reducción en la amplitud de la traslación debido al aumento de las frecuencias y la aparición de componentes del movimiento de torsión. Incluso una estructura perfectamente simétrica puede estar sometida a torsión.

En 1969, Newmark discutió el hecho de que para que las ondas de corte viajen en un ángulo, habría una componente torsional de movimiento en la base de la estructura, un efecto que llegó a ser conocido como “torsión de Newmark” o el “efecto tau” y que llevó a los organismos reguladores a considerarlo en el diseño de las centrales nucleares. Por otro lado, Yamahara había discutido la reducción en el movimiento horizontal, a partir de observar los daños en los edificios escolares durante el terremoto Tokachi-Ochi de 1968, confirmando los hallazgos de Housner en 1957, y que derivó un procedimiento para evaluar este efecto. En realidad, ambos efectos tienen lugar al mismo tiempo y no se puede considerar uno e ignorar el otro, como lo demostró Scanlan en 1976.

Los efectos de interacción cinemáticos son particularmente importantes para las fundaciones enterradas, incluso para la propagación de las ondas de corte vertical. En este caso, habrá de nuevo una reducción en la amplitud del movimiento de traslación con el aumento de la frecuencia y la aparición de una componente de balanceo. Su importancia dependerá de la relación entre la frecuencia natural del

sistema suelo-estructura y la frecuencia natural del estrato de empotramiento. Esta relación será muy pequeña para valores bajos y se convertirá en significativa a medida que aumenta la relación (valores mayores que 0.5).

Para edificios en suelos blandos que sean rígidos, pequeños y anchos el efecto será generalmente beneficioso con grandes reducciones en el movimiento horizontal de la base, mientras que para las estructuras esbeltas la rotación de la base puede ser perjudicial.

Las ondas que viajan en cierto ángulo con respecto a la vertical podrán tener componentes oscilatorias y torsionantes. El aumento de las amplitudes de uno dará lugar a reducciones en el otro. Estos efectos fueron estudiados en 1977 por Elsabee y Morray para una capa de suelo de profundidad finita sobre roca muy rígida y, en 1987 por Luco y Wong para un semi-espacio.

Varios trabajos fueron publicados sobre la respuesta de las bases superficiales y enterradas para diferentes tipos de ondas sísmicas, incluyendo las ondas de superficie y un procedimiento aproximado excelente para estimar los movimientos de bases rígidas empotradas que fue presentado por Iguchi, en 1982.

El uso de la interacción cinemática como un primer paso en el método de la subestructura, no fue permitido durante algún tiempo por algunos reguladores nucleares, debido a la creencia de que el efecto era debido a la reducción de la amplitud de movimiento con la profundidad a campo libre (sólo una componente horizontal sin rotación) como se ha dicho por algunos autores. En este caso, la frecuencia natural de un estrato con el espesor de empotramiento para un suelo elástico sin amortiguamiento sería cero y siempre habría una reducción muy grande en torno a esa frecuencia. El que se haya creído esto fue incorrecto.

El movimiento de una base fija es el resultado de la dispersión de las ondas por un cuerpo rígido y por lo tanto, es una función de la geometría de la fundación (relación entre el empotramiento y el radio).



La aceptación o rechazo de los efectos cinemáticos, está directamente relacionada a la ubicación donde se especifica el movimiento de diseño y; por lo tanto, se prescribe en algún momento que se aplique el movimiento de diseño a nivel de la fundación. Esto dio lugar a graves inconsistencias, sin embargo, cuando varios edificios vecinos e interconectados se fundaron en diferentes niveles, hubo inconsistencias que afectaron el diseño de las tuberías que conectan los edificios.

La alternativa de prescribir el movimiento directamente en la base de la estructura niega la existencia de los efectos de interacción inerciales y cinemáticos, retrocediendo a los tiempos cuando todos los efectos del suelo estuvieron sin explicación.

Si bien queda mucho por hacer para poder predecir con precisión todos los aspectos de la interacción sísmica suelo-estructura en el mundo real a principios de los años ochenta, a pesar de la controversia relacionada con las ventajas o limitaciones de los diferentes procedimientos de análisis, los fenómenos básicos eran bien conocidos y entendidos. En 1985 el libro de Wolf “Dinámicas de Interacción Suelo-Estructura”, se publicó y proporcionó un tratamiento riguroso y exhaustivo del tema con aplicaciones tanto a bases de máquinas y en particular al caso sísmico.



## CAPITULO 3: INTERACCIÓN SUELO-ESTRUCTURA

*Al analizar la respuesta sísmica de las estructuras es común idealizar que la base de la estructura es fija, lo cual es un supuesto errado ya que en la mayoría de las situaciones el suelo es flexible. Esta hipótesis es realista sólo cuando la estructura se asienta en roca sólida o cuando la rigidez relativa del suelo en comparación con la superestructura es alta. En todos los demás casos, el suelo puede inducir dos efectos distintos sobre la respuesta de la estructura, primero, la modificación del movimiento del campo libre en la base de la estructura, y segundo, la deformación del suelo en la respuesta dinámica de la estructura. El primero se denomina interacción cinemática, mientras que el segundo se conoce como interacción inercial y todo el proceso se denomina comúnmente interacción.*

*La interacción cinemática es la incapacidad del cimiento para ajustarse a las deformaciones del campo libre (Kramer, 1996). Por otro lado, las fuerzas inerciales y los momentos inducidos por la estructura a la fundación pueden cambiar el movimiento del suelo también. Estos dos efectos se discuten con más detalle en las siguientes secciones.*

### **3.1. Introducción.**

La ocurrencia de fuertes terremotos devastadores de áreas urbanas como los de Northridge (Estados Unidos, 1994), Kobe (Japón, 1995), Spitak (Armenia, 1988), Managua (Nicaragua, 1972; donde los expertos calculan que se destruyó entre el 70 y 80% de la ciudad), entre otros, sirvieron para enfatizar la necesidad de valorar las estructuras existentes construidas después de la introducción de las provisiones de diseño sísmico de 1970 basadas en el diseño por capacidad. Durante estos sismos, las estructuras sufrieron daños significativos e incluso colapso total mientras que los nuevos edificios construidos y diseñados de acuerdo a los modernos códigos sísmicos tuvieron un buen comportamiento.

Como primer paso se realizó una evaluación sísmica que incluyó reforzamientos para reducir el riesgo sísmico, con profundos estudios experimentales y analíticos. Esto se hizo a lo largo de varios años para investigar la respuesta sísmica de las estructuras hechas antes de 1970 que eran diseñadas únicamente bajo cargas gravitacionales. Al final, el resultado confirmó las debilidades y deficiencias de estos edificios (Magenes y Pampanin, 2004).

En general los estudios de las valoraciones y mejoramientos estructurales de los edificios existentes fueron asumidos con base rígida y en donde el suelo de fundación era despreciado, ya que considerar los efectos ISE traía más complejidad al modelo y al procedimiento analítico. Se sabe que la flexibilidad de la fundación es acompañada con un alargamiento del periodo fundamental del sistema suelo –estructura, así como un incremento en el amortiguamiento del mismo.

Usando el espectro de diseño que aparece en los códigos, se puede obtener una reducción en la aceleración espectral y por ende, la demanda sísmica de la superestructura también se ve reducida. Recientemente se ha demostrado que

esto último no siempre ocurre, ya que dependerá del suelo del sitio y específicamente para aquellos lugares donde han ocurrido fuertes sismos.

El concepto de Interacción Suelo-Estructura, es un campo nuevo dentro de la Ingeniería Civil en Nicaragua, el cual combina conocimientos de la Ingeniería Geotécnica con la Ingeniería Estructural. La necesidad de esta unificación ha sido evidente por el simple hecho de que ningún edificio al momento de su diseño podría aislarse del suelo de fundación, existiendo un sin número de aspectos y parámetros a resolver.

El fenómeno de interacción modifica la respuesta natural del sistema estructural tal cual lo conocemos, debido a que el suelo altera no sólo las condiciones de apoyo que se suelen suponer inicialmente rígidas, sino también el amortiguamiento total de la edificación. De esta manera, se hace necesario determinar las transformaciones que sufren las propiedades dinámicas del sistema analizado, teniendo en cuenta que el suelo no produce ni el empotramiento perfecto ni la libertad total en la cimentación.

El estudio de los efectos ISE muestran que la presencia de una estructura sobre el suelo hace que exista una influencia recíproca en el comportamiento del medio y la estructura, dependiendo así de las características de la edificación y del movimiento del terreno bajo consideración, de tal manera que la interacción pueda aumentar o disminuir o no tener ningún efecto sobre la magnitud de las fuerzas máximas inducidas en la estructura misma.

En algunos casos, los efectos ISE pueden ser despreciables, hasta el punto de no ameritar su consideración. Para ello, se necesita evaluar el parámetro de rigidez relativa, que nos indica que tan importantes resultan ser estos efectos, tomando como referencia la variación del período y del amortiguamiento. Si la rigidez relativa resulta ser menor a 0.40, entonces los efectos ISE se pueden despreciar, debido a que se ha demostrado que el período del sistema por efectos de la flexibilidad del suelo sólo aumenta en un cinco por ciento, aproximadamente. De

igual forma, para el mismo valor de rigidez relativa el amortiguamiento de la estructura por efectos de la flexibilidad del suelo se reduce en un uno por ciento aproximadamente.

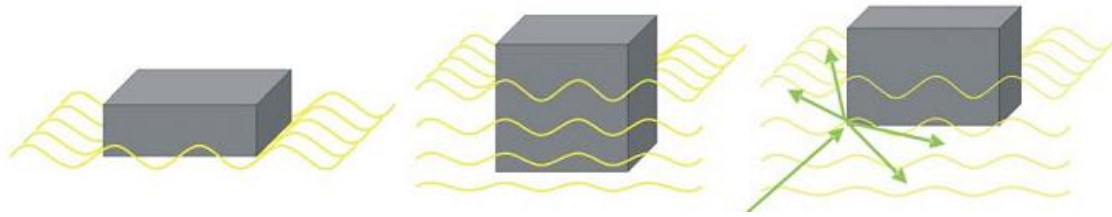
Unos de los avances más importantes en este tema fue el haber logrado la unión entre la dinámica de suelos y la dinámica estructural. La dinámica de suelos estudia el comportamiento de los suelos y la respuesta de éstos cuando son sometidas a cargas que actúan en fracciones de segundos y evalúa las propiedades del suelo cuando en él son transmitidas las ondas ocasionadas por dichas solicitaciones; mientras que la dinámica estructural se encarga de estudiar el comportamiento de los elementos estructurales y su respuesta cuando son sometidas a las mismas solicitaciones de cargas.

### **3.2. Interacción Cinemática.**

El concepto principal del análisis de la respuesta del sitio es que el movimiento del campo libre depende de las propiedades del perfil del suelo incluyendo la rigidez de las capas que lo forman. La rigidez del depósito puede cambiar el contenido de frecuencia y la amplitud del movimiento del suelo. Del mismo modo, en la trayectoria a la estructura, las propiedades de la onda podrían ser cambiadas debido a la rigidez de la fundación

Cuando el movimiento del suelo sísmico en el campo libre varía sobre el área correspondiente a la de la fundación rígida, entonces puede ser restringido y modificado por la fundación rígida. Esta desviación del movimiento de campo libre se llama interacción cinemática entre el suelo y el cimiento. Además, la rigidez de la cimentación puede causar variación del movimiento del suelo con profundidad y dispersión de las ondas en las esquinas de la cimentación (ver figura 3.1). Si las dimensiones de la fundación son pequeñas en comparación con la longitud de onda del intervalo de frecuencias interesado, la interacción cinemática tiene efectos insignificantes sobre la respuesta (Clough & Penzin, 2003). Pero si las

dimensiones de la cimentación están en el mismo orden de la longitud de onda, se obtendrá un efecto de promedio de la losa base.



**Figura 3.1:** Incidencia de las ondas sísmicas en los cimientos de una estructura.

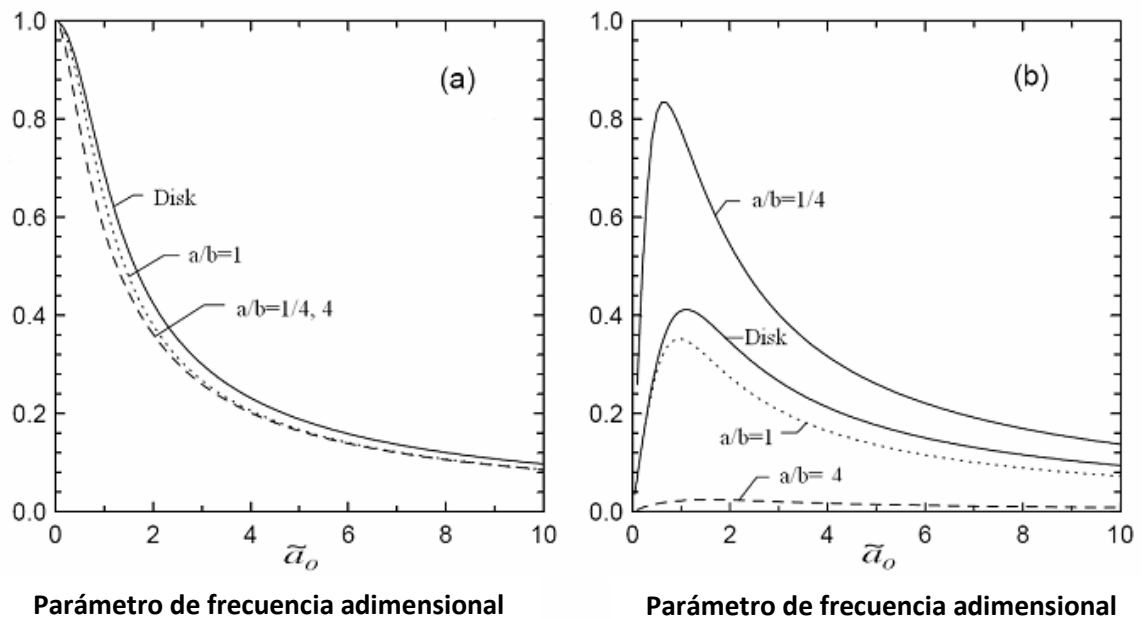
La salida de un análisis que representa la interacción cinemática es un movimiento de entrada efectivo, que se denomina movimiento de entrada de la fundación. La transformación matemática del movimiento de campo libre al movimiento de entrada de la fundación podría realizarse mediante una función de transferencia dependiente de la frecuencia que es una curva específica del sitio. Johnson (Johnson, 2003) ha mostrado varias pruebas experimentales en diferentes sitios y tipos de edificios. Se ha demostrado que la interacción cinemática es importante para estructuras soportadas en cimientos grandes y rígidos.

Veletsos (Veletsos y Prasad, 1989) y Veletsos (Veletsos et al., 1997) desarrollaron varias funciones de transferencia entre los movimientos de traslación y de torsión y el campo libre (ver Figura 3.2) que fueron calibrados posteriormente por Kim (Kim & Stewart, 2003) observando la fundación y el comportamiento de campo libre. Las amplitudes de las funciones de transferencias calculadas por Veletsos y sus compañeros de trabajo, presentadas en la figura 3.2, son para fundaciones circulares y rectangulares sujetas a las ondas de corte coherentes u ondas  $S_H$  incidentes verticalmente. Curvas similares están disponibles para las ondas coherentes no incidentes verticalmente en las referencias. Las funciones de transferencia de la figura 3.2 se preparan de modo que la dimensión de las cimentaciones  $2a$  sea medida paralelamente a la dirección de propagación de ondas  $S_H$ , y  $2b$  es la dimensión perpendicular.

El movimiento de entrada de la fundación (FIM) se puede evaluar utilizando historiales de tiempo de campo libre compatibles con un espectro de aceleración basado en el diseño, mediante el siguiente procedimiento:

- Evaluar la transformada de Fourier del historial temporal
- Multiplicando la amplitud de aceleración en cada frecuencia por el valor correspondiente de la función de transferencia
- Evaluar la transformada de Fourier inversa del producto.

Como han demostrado los experimentos, los efectos cinemáticos son más pronunciados en las pilas y en las fundaciones muy rígidas (Kramer y Stewart, 2004), por lo que los efectos cinemáticos se ignoran en esta disertación y sólo se considera la interacción inercial.

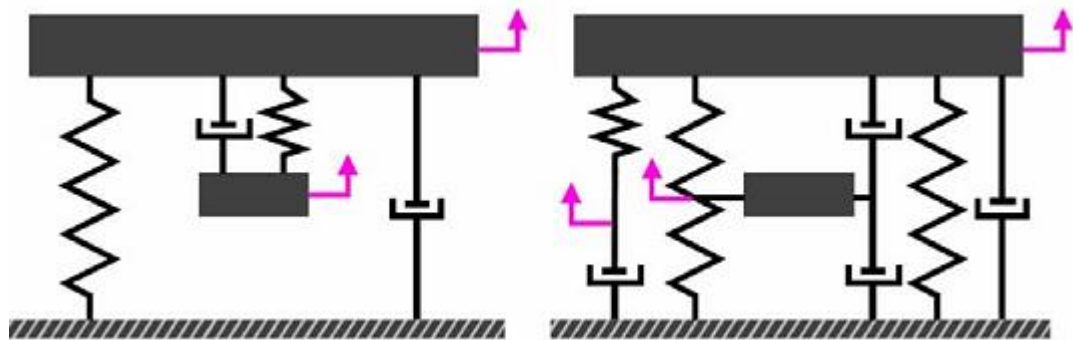


**Figura 3.2:** Amplitud de la función de transferencia entre el movimiento de campo libre y la fundación para diferentes formas. (a) Movimiento de traslación. (b) Movimiento de Rotación. (Veletsos & Prasad, 1989).

### 3.3. Interacción Inercial.

El segundo efecto considerando la existencia de suelos blandos bajo el fundamento de la estructura se denomina interacción inercial. Las fuerzas inerciales inducidas por el movimiento de la cimentación durante el terremoto

pueden hacer que el suelo flexible se deforme, lo que a su vez afecta a las fuerzas inerciales de la superestructura. Esta deformación se propaga lejos de la estructura en seis grados de libertad del movimiento de la fundación. En otras palabras, la respuesta dinámica de la superestructura disminuye. Esta eliminación de energía del sistema se conoce en la literatura como amortiguación de la radiación. Wolf (Wolf, 1994) utilizó un amortiguador viscoso para tener en cuenta la amortiguación de la radiación. El coeficiente del amortiguador viscoso es proporcional a la velocidad de la onda en el suelo y en el área de la fundación. Este aumento en el amortiguamiento efectivo es significativo para un sitio del suelo que se aproxima a un semi-espacio elástico homogéneo (Wolf, 1994). Dos clases de tales modelos propuestas por De Barros (De Barros & Luco 1995) y Wolf (Wolf, 1994) se muestran en la Figura 3.3.



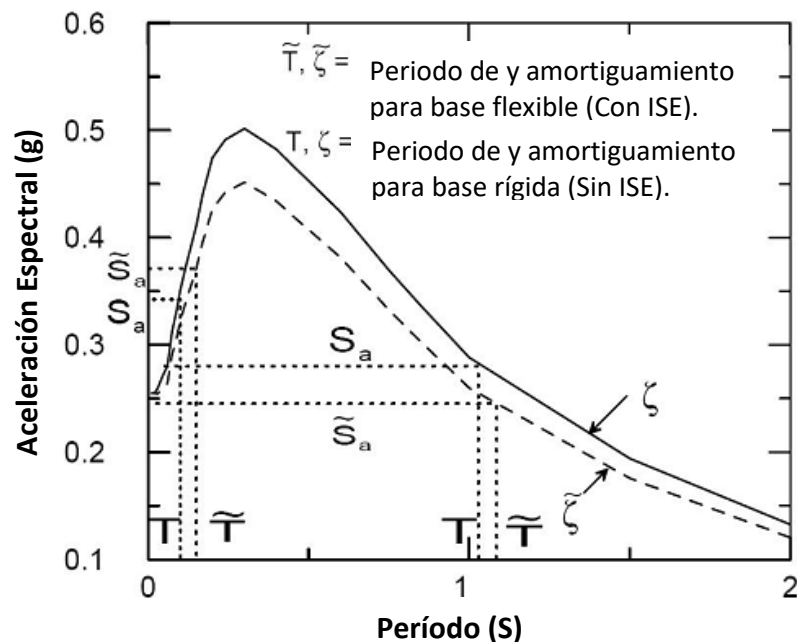
**Figura 3.3:** Ejemplos de amortiguadores usados en el modelo de Amortiguamiento por Radiación. A la derecha el modelo desarrollado por De Barros & Luco, 1995. A la izquierda el modelo desarrollado por Wolf, 1994.

El cumplimiento de la fundación del suelo es correspondiente a un valor de rigidez. Esto se puede combinar con propiedades de amortiguación de la radiación de la fundación en una función de impedancia compleja, ya que se denotan en problemas de interacción suelo-estructura (ISE).

Como se muestra en la Figura 3.3, el cumplimiento del suelo puede ser modelado con resortes. Evaluando las propiedades de amortiguación del resorte y viscoso y utilizando el movimiento de la cimentación como movimiento de entrada, se puede llevar a cabo un análisis dinámico más realístico del sistema.



El efecto de ISE puede ser evaluado comparando las respuestas del sistema con y sin resortes. Este efecto suele ir acompañado de un alargamiento del período debido a la adición de suelos adyacentes al sistema y al aumento del amortiguamiento debido a los efectos de la radiación (Figura 3.4). Las nuevas propiedades del sistema pueden evaluarse en forma cerrada para estructuras de un solo grado de libertad. La figura 3.4 muestra esquemáticamente el resultado del alargamiento del período y el aumento del amortiguamiento para la respuesta de una estructura de un grado de libertad. Es obvio que cuando se utiliza un espectro de respuesta de aceleración general, la consideración de los efectos ISE reducirá la respuesta del sistema de un grado de libertad.



**Figura 3.4:** Representación esquemática del alargamiento del periodo y del incremento del amortiguamiento como resultado de considerar los efectos ISE en el análisis de la respuesta dinámica de una estructura con un grado de libertad (Stewart, 2003).

Pero en general no es posible determinar a priori si los efectos de interacción inercial disminuirán o aumentarán la respuesta del sistema. Se ha demostrado, mientras que en la mayoría de los casos ignorando el efecto de interacción es conservador, en algunos casos puede ser perjudicial. Gazetas (Gazetas & Mylonakis, 2003) demostró que en ciertos ambientes sísmicos y del suelo, un

aumento debido a ISE en el período fundamental de una estructura moderadamente flexible puede resultar en un aumento de la demanda sísmica.

### **3.4. Características de los efectos ISE.**

- La interacción dinámica entre estructura y subestructura puede dividirse en dos componentes: la interacción inercial y la interacción cinemática. El desarrollo temprano de la ISE fue motivado por el diseño sísmico de las centrales nucleares.
- La interacción cinemática se refiere a la desviación del movimiento del suelo debido a la presencia de una base rígida con o sin masa y la interacción inercial es una deformación inducida en el suelo, debido al cabeceo y los momentos de la superestructura. La importancia relativa de estos dos componentes depende de las características fundamentales y la naturaleza del campo de onda entrante.
- Dado que generalmente la masa del suelo excavado para construir la fundación es similar a la masa de esta misma, la interacción cinemática puede ser ignorada, a menos que la base reemplazada sea muy rígida (Johnson, 2003). Por lo tanto, el componente cinemático de los análisis ISE suele ser motivo de preocupación en el diseño de plantas de energía nuclear, estructuras en mar abierto y las plataformas petrolíferas. Además, para los movimientos que no son altos en frecuencias, el movimiento de entrada puede ser aproximadamente igual al del campo libre. Los efectos de la interacción cinemática son generalmente mucho más difíciles de evaluar con rigor que los efectos de interacción inercial.
- La ISE proporciona ambientes exclusivos en ondas de corte transversales u ondas dilatatorias que se propagan verticalmente. En la interacción cinemática los efectos promedios de la base suelen filtrar las altas frecuencias.
- Las propiedades del suelo in situ son notoriamente variables y difíciles de determinar con cualquier grado de exactitud. Por lo tanto, es deseable un modelo de suelo que sea fácil de implementar y eficiente desde el punto de vista computacional, ya que permite al usuario realizar estudios de sensibilidad y determinar el efecto de un rango de condiciones subsuperficiales sobre la respuesta sísmica de la estructura que se está modelando.

- La introducción de muelles (problema de impedancia) y puntos de rotación en la base de la estructura es la manera más simple de tener en cuenta la condición de límite flexible para evaluar demandas sísmicas. Los resultados para un semi-espacio uniforme son bastante susceptibles (Wolf, 1994).
- El modelado del suelo de fundación y de la alfombra de base con elementos finitos proporciona resultados más realistas, pero es demasiado complicado para aplicaciones de ingeniería diarias.
- Los códigos sísmicos sugieren casos en los que se debe considerar ISE, por ejemplo las normas NEHRP comentan sobre los efectos de la interacción en los sistemas suelo-estructura demostrando que dentro de los rangos comunes de parámetros para estructuras sometidas a terremotos los resultados son insensibles al período y que son suficientemente precisos para utilizar la rigidez estática.
- Las propiedades de rigidez del suelo son menos significativas que las propiedades de rigidez y masa de la superestructura en la respuesta (Chu, 2002).
- La interacción suelo-estructura (ISE) puede ser significativa para estructuras rígidas fundadas en suelos blandos (Kramer, 2007). El componente oscilante de los efectos del ISE en general tiende a ser más significativo para estructuras lateralmente rígidas, tales como edificios con paredes cortantes, en particular los situados en suelos blandos (Stewart, 2003). En este caso, los efectos de la dependencia de la frecuencia no suelen ser grandes porque la frecuencia de este modo de vibración suele ser baja y no en el rango en el que los efectos son importantes. Los efectos de las interacciones para los modos de vibración más altos son pequeños. La interacción inercial es más importante para el modelo fundamental porque tiene una alta participación en el cizallamiento de la base y el momento base.
- El periodo fundamental de las estructuras de base flexible es más largo que el de las estructuras de base fija, así como un amortiguamiento efectivo que es más alto para el sistema de estructura del suelo que para la estructura sola.
- Los desplazamientos totales son más grandes en una estructura de base flexible y pueden ser muy importantes en el golpeteo de edificios; por otro lado,

las derivas y los daños a los componentes estructurales son menores que los de las estructuras de base fija (Chambers, 1998).

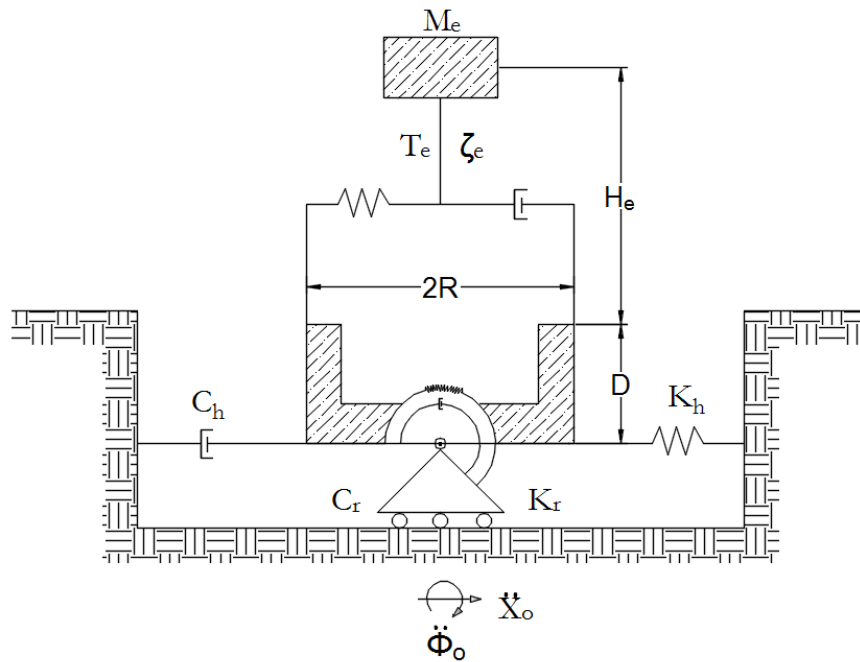
- La respuesta del sistema suelo-estructura es muy sensible a la intensidad del movimiento de entrada. Un fuerte terremoto puede hacer que el suelo se funda en el rango inelástico reduciendo la rigidez y aumentando el amortiguamiento mientras que durante un pequeño terremoto el suelo permanece relativamente rígido y el amortiguamiento es bajo.
- Bajo alguna condición del sitio y propiedades de movimiento en tierra, el ISE puede inducir un efecto perjudicial en algunas estructuras moderadamente flexibles (Gazetas y Mylonakis, 1998; Gazetas, 2001).
- Similar a la respuesta de estructuras a terremotos de campo lejano, el efecto de la ISE en el rendimiento sísmico de Estructuras sujetas a terremoto de campo cercano es más pronunciado en tipos de suelos blandos y tiene efectos menores y despreciables en tipos de suelos rígidos y rocosos, Respectivamente, (Galal, 2008).

### **3.5. Sistema Equivalente.**

El sistema equivalente considerado para el análisis de la interacción entre el suelo y la estructura, en el modo fundamental, toma en cuenta sólo los efectos de la interacción inercial. Avilés (1991) presenta un procedimiento de superposición para el análisis completo de interacción suelo-estructura teniendo en cuenta, explícitamente, los efectos de la interacción cinemática.

Si el suelo es representado por un conjunto de resortes y amortiguadores equivalentes que expresan su rigidez y amortiguamiento, respectivamente, se obtiene el sistema equivalente mostrado en la figura 3.5. Este sistema no tiene modos naturales clásicos de vibración debido al tipo de amortiguamiento que lo caracteriza; por esta razón no es posible realizar el análisis modal, aunque se puede aplicar el análisis paso a paso, teniendo en cuenta el comportamiento no lineal y el amortiguamiento de la estructura, así como el amortiguamiento material

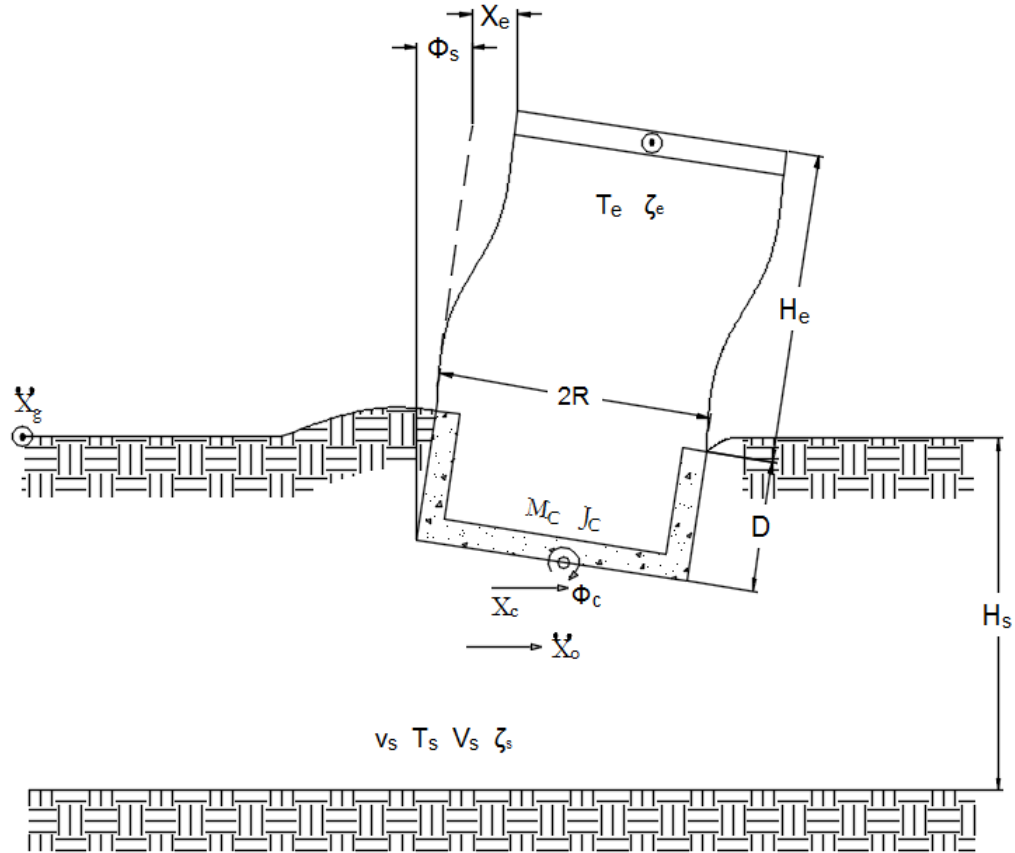
y geométrico del suelo. En este documento, el sistema suelo-estructura se analizará mediante el método de la respuesta compleja en la frecuencia.



**Figura 3.5:** Componentes del Sistema Equivalente (Avilés, 1991). Tomado del libro “Manual de Diseño de obras civiles por Sismo – 2008”.

El sistema equivalente tiene tres grados de libertad (figura 3.6) que son:  $X_e$ , la deformación de la estructura,  $X_c$ , el desplazamiento de la base de la cimentación relativo al movimiento  $X_0$  de campo libre y  $\phi_c$ , la rotación de la cimentación. Según esto, el desplazamiento total de la estructura es:

$$X_t = X_o + X_c + (H_e + D)\phi_c + X_e$$



**Figura 3.6:** Grados de libertad del Sistema Equivalente. “Manual de Diseño de obras civiles por Sismo – 2008”.

Para obtener las ecuaciones de movimiento del sistema equivalente se debe establecer el equilibrio dinámico de la masa de la estructura en traslación y de la masa de la cimentación en traslación y rotación. Formulando el equilibrio dinámico de las masas en cuestión y ordenando términos, se encuentra que, matricialmente, las ecuaciones de movimiento tienen la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} M_e & M_e & M_e(H_e + D) \\ M_e & M_e + M_c & M_e(H_e + D) + \frac{M_c E}{2} \\ M_e(H_e + D) & M_e(H_e + D) + \frac{M_c D}{2} & M_e(H_e + D)^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{X}_e \\ \ddot{X}_c \\ \ddot{\phi}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} C_e & 0 & 0 \\ 0 & C_h & M_{hr} \\ 0 & C_{rh} & C_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{X}_e \\ \dot{X}_c \\ \dot{\phi}_c \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} K_e & 0 & 0 \\ 0 & K_h & K_{hr} \\ 0 & K_{rh} & K_r \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} X_e \\ X_c \\ \phi_c \end{Bmatrix} = -\ddot{X}_0(t) \begin{Bmatrix} M_e \\ M_e + M_c \\ M_e(H_e + D) + \frac{M_c E}{2} \end{Bmatrix}$$

donde

$M_e$  es la masa de la estructura

$K_e$  es la rigidez de la estructura

$C_e$  es el amortiguamiento de la estructura

$H_e$  es la altura de la estructura

$M_c$  es la masa de la cimentación

$I_c$  es el momento de inercia de la masa de la cimentación respecto al eje de rotación de su base

$D$  es la profundidad de desplante de la cimentación

$E$  es la altura del muro lateral de la cimentación

$K_h$  y  $C_h$  son la rigidez y el amortiguamiento del suelo, respectivamente, en el modo de traslación de la cimentación, e igualmente

$K_r$  y  $C_r$  son la rigidez y el amortiguamiento del suelo, en el modo de rotación de la cimentación y

$K_{hr}=K_{rh}$  y  $C_{hr}=C_{rh}$  representan la rigidez y el amortiguamiento del suelo acoplados, respectivamente.

La ecuación matricial de equilibrio dinámico en el dominio del tiempo también se puede escribir en forma condensada como:

$$M_s \ddot{x}_s + C_s \dot{x}_s + K_s x_s = -\ddot{x}_0(t) M_0$$

Donde

$x_s$  es el vector de coordenadas generalizadas del sistema equivalente.

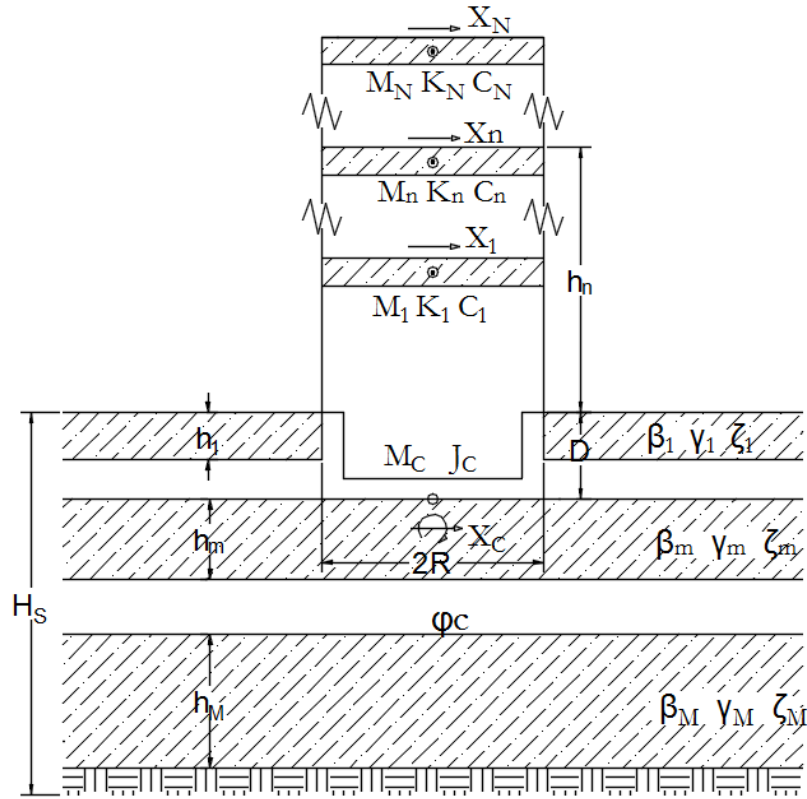
$M_0$  es un vector de cargas.

$M_s$  es la matriz de masas del sistema.

$C_s$  es la matriz de amortiguamientos del sistema.

$K_s$  es la matriz de rigideces del sistema.

Para estructuras con varios grados de libertad y depósitos de suelo estratificado, el sistema suelo–estructura puede idealizarse adecuadamente, por medio de una estructura con  $N$  grados de libertad en traslación horizontal apoyada sobre una cimentación superficial, circular e infinitamente rígida con dos grados de libertad, uno en traslación horizontal y el otro de rotación o cabeceo (ver figura 3.7).



**Figura 3.7:** Sistema suelo estructura completa, tomado del libro “Manual de Diseño de obras civiles por Sismo – 2008”.

La cimentación se desplanta en un depósito de suelo con base indeformable y estratificada horizontalmente con  $M$  estratos. Los grados de libertad correspondientes a la traslación vertical y a la torsión de la cimentación se desprecian, a pesar de que pueden ser muy importantes cuando se tengan sistemas de piso flexible o en estructuras irregulares. Los grados de libertad de la cimentación están referidos a la subrasante, por lo que el momento de inercia de la masa de la cimentación se toma con respecto al eje de rotación de la base de la misma. Donde:

$\mathbf{J}$ , es un vector con componentes iguales a 1.

$\mathbf{H}$ , es el vector de alturas de desplante de cada nivel, es decir  $\mathbf{H} = \{h_1, h_2, \dots, h_N\}^T$ .

$\mathbf{Z}_n$ , es el  $n$ -ésimo modo natural de vibración que se obtiene al resolver el problema de valores característicos definido por la ecuación matricial homogénea.

$\mathbf{M}_e$ , es la matriz de masas de la estructura supuesta con base indeformable.



### 3.6. Procedimiento de Cálculo Según las Normas Técnicas Complementarias Para Diseño Por Sismo del D.F. acopladas al RNC-07.

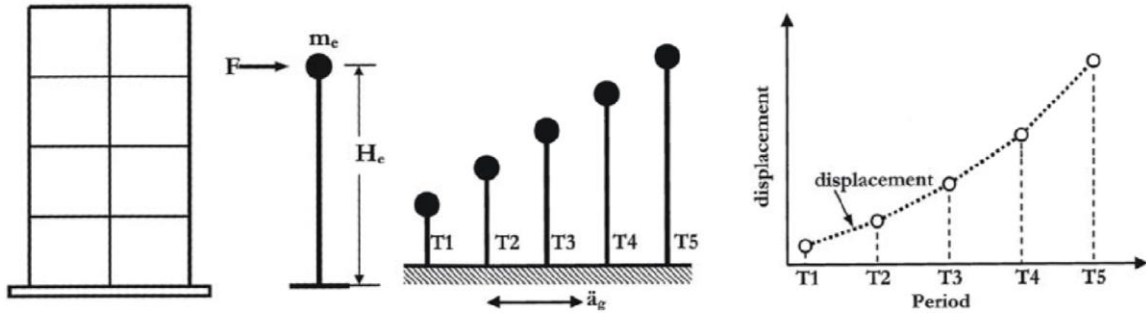
#### 3.6.1. Altura y Peso Efectivos del Oscilador de Reemplazo.

Dado que se realiza el análisis para el modo fundamental, se obtienen parámetros igualando el cortante basal y momento de volteo modal de la estructura de N grados de libertad con los valores respectivo de oscilador simple, obteniéndose las ecuaciones para la masa y altura efectiva:

$$W_e = \frac{(\sum_{i=1}^N W_i Z_i)^2}{\sum_{i=1}^N W_i Z_i^2} \quad (\text{Ec. 3.1})$$

$$H_e = \frac{\sum W_i Z_i h_i}{\sum W_i Z_i} \quad (\text{Ec. 3.2})$$

donde,  $h_i$ ,  $M_i$  y  $Z_i$ , y son respectivamente la altura, masa y amplitud del modo fundamental correspondientes al i-ésimo nivel sobre el desplante.



**Figura 3.8:** Oscilador de reemplazo propuesto para el método de la superestructura propuesto por Galli, 2005.

Cuando se utilice el método estático de análisis sísmico, los valores de la masa y altura efectivas pueden aproximarse como  $M_e = 0.7M_t$  y  $H_e = 0.7H_t$ , siendo  $M_e$  y  $H_e$  la masa y altura totales de la estructura, respectivamente, excepto para construcciones de un solo nivel en que se toman los valores totales.

#### 3.6.2. Rigidez Relativa del Sistema Suelo-Estructura.

Si bien la importancia de la interacción depende de las características tanto del sistema acoplado como de la excitación sísmica, se ha mostrado que su influencia

en el período y amortiguamiento resulta ser despreciable para  $\frac{H_e T_s}{H_s T_e} < 0.4$ . En este caso es posible analizar la estructura como si estuviera apoyada rígidamente, pues los mayores cambios por interacción son apenas del orden de 10%, sin implicaciones prácticas significativas. De ahí que en las normas se haya estipulado que el análisis de interacción pueda omitirse cuando se cumpla la condición:

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} < 2.5 \quad (\text{Ec. 3.2})$$

donde:

$H_s$ : profundidad de los depósitos firmes profundos en el sitio de interés.

$H_e$ : altura efectiva de la estructura.

$T_e$ : periodo fundamental de la estructura supuesta con base indeformable.

$T_s$ : periodo dominante más largo del terreno en el sitio de interés.

El periodo del suelo de manera dinámica se puede determinar mediante software especializados como el Shake 2000, o se puede a partir de ensayos y análisis de dinámica de suelos que tengan en cuenta la estratigrafía y las propiedades del subsuelo en el sitio de emplazamiento. En tal caso podemos determinar el periodo vibración de una columna estratigráfica mediante la siguiente expresión:

$$T_s = \frac{4}{\sqrt{g}} \sqrt{\left( \sum_{i=1}^N \frac{d_i}{G_i} \right) \left( \sum_{i=1}^N \gamma_i d_i (x_i^2 + x_i x_{i-1} + x_{i-1}^2) \right)} \quad (\text{Ec. 3.4})$$

donde,

$g$ : es la aceleración de la gravedad.

$N$ : es el número de estratos de la formación de suelo;  $X_0 = 0$  y  $X_i (i = 1, 2, 3 \dots N)$  esta dada por:

$$X_i = \frac{\sum_{j=1}^i d_j / G_j}{\sum_{j=1}^N d_j / G_j}$$

siendo  $d_i$ ,  $G_i$  y  $\gamma_i$  el espesor, módulo de rigidez al corte y peso volumétrico del  $i$ -ésimo estrato, respectivamente.

### 3.6.3. Análisis estático

El cálculo del cortante basal corregido por interacción suelo-estructura se realiza mediante la siguiente expresión:

$$\tilde{V}_o = \frac{a}{Q'^{1/2}} W_o - \left( \frac{a}{Q'^{1/2}} - \frac{\tilde{a}}{\tilde{Q}'} \right) W_e \quad (\text{Ec. 3.6})$$

Donde,  $a$  la ordenada espectral elástico de diseño utilizando la base rígida;  $\tilde{a}$  es la ordenada espectral elástica para el periodo efectivo del sistema suelo-estructura, reemplazando a  $Q$  por  $(Q - 1) T_e^2 / \tilde{T}_e^2 + 1$ ;  $W_o$  es el peso total de la estructura, incluyendo cargas muertas y vivas;  $W_e$  es peso efectivo de la estructura que se tomará como  $0.7W_o$ , excepto para estructuras de un solo nivel, en que se tomará igual a  $W_o$ .

El segundo término de esta expresión representa la reducción del cortante basal por efectos de interacción en el modo fundamental de vibración. El signo de este término puede ser negativo, con lo que en lugar de una reducción tendremos un incremento del cortante basal.

#### 3.6.3.1. Espectro de Respuesta.

- La ordenada espectro elástico de diseño  $\tilde{a}$  (aceleración como fracción de la gravedad) tiene la siguiente forma:

$$\tilde{a} = \begin{cases} a_0 + (\beta c - a_0) \frac{\tilde{T}_e}{T_a}; & \text{si } \tilde{T}_e < T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a \leq \tilde{T}_e \leq T_b \\ \beta c p \left( \frac{T_b}{\tilde{T}_e} \right)^2; & \text{si } \tilde{T}_e > T_b \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.6})$$

donde  $T$  es el periodo natural de interés. En las normas se establece la forma de calcular el coeficiente de aceleración del terreno  $a_0$ , el coeficiente sísmico  $c$ , los límites inferior y superior de la meseta espectral  $T_a$  y  $T_b$  y el parámetro

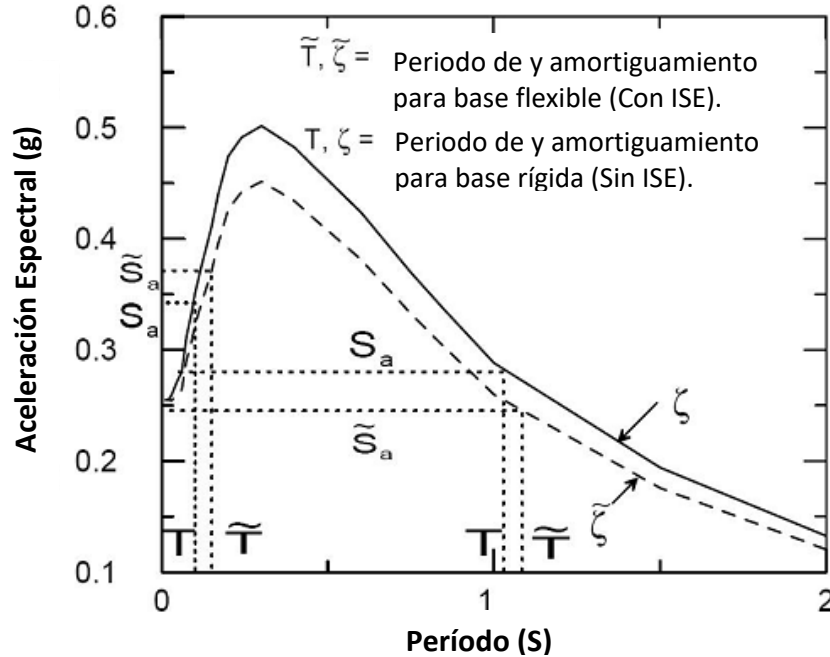


Figura 3.9: Espectro de respuesta. (Stewart, 2003).

- El término  $p$  define la caída del espectro y está en función del periodo dominante del suelo, se determina de la siguiente manera:

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{\tilde{T}_e} \right) \quad (\text{Ec. 3.8})$$

donde  $k$  depende del periodo del suelo y es igual a

$$k = \begin{cases} 2 - T_s; & T_s < 1.65 \text{ s} \\ 0.35; & T_s > 1.65 \text{ s} \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.9})$$

- El término  $\beta$  es un factor de reducción por amortiguamiento suplementario, dado por

$$(\text{Ec. 3.10a})$$

$$\beta = \left( \frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e} \right)^\lambda ; para \tilde{T}_e \leq T_b$$

$$\beta = 1 + \left( \left( \frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e} \right)^\lambda - 1 \right) \frac{T_b}{\tilde{T}_e} ; para \tilde{T}_e > T_b \quad (Ec. 3.10b)$$

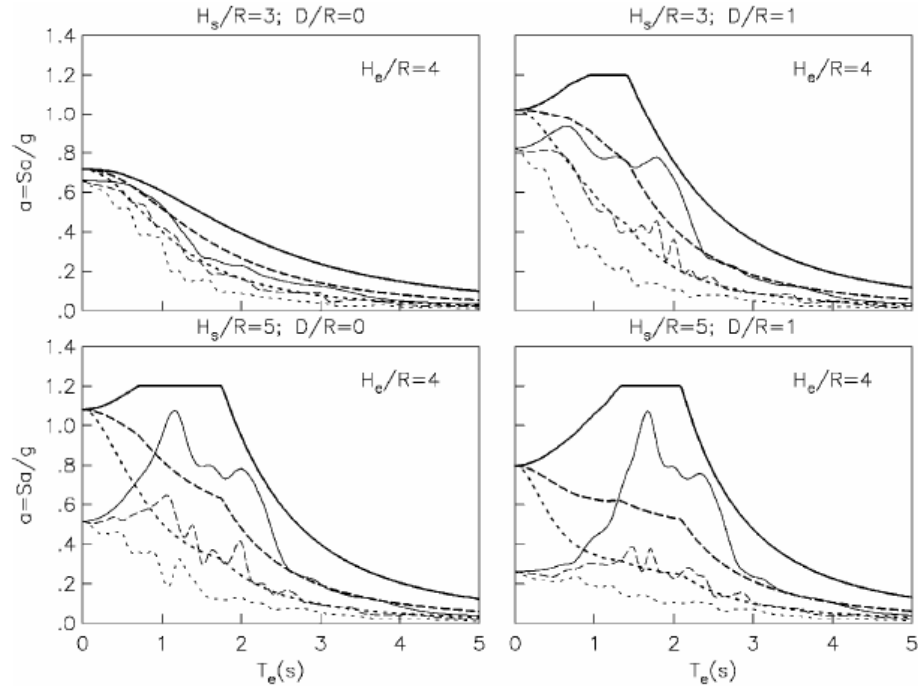
Donde,  $\tilde{\zeta}_e$  es la fracción de amortiguamiento del sistema suelo estructura que no deberá ser menor del 5%;  $\zeta_e$  es la fracción de amortiguamiento crítico de la estructura con base indeformable, la cual se tomara iguala 0.05. Estos valores junto al período de interacción se definirán más adelante.

En las expresiones anteriores, el valor de  $\lambda$  para suelos con periodo menor a 1.00s, será de 0.5. Para suelo cuyo periodo sea mayor a 1.00s el valor de  $\lambda$  0.6. Este espectro básico es escalado por medio de  $\beta$  a fin de estimar ordenadas espectrales para otros valores de amortiguamiento.

Cuando se ignora la interacción suelo-estructura,  $\zeta=0.05$  y por tanto  $\beta = 1$ . La forma de  $\beta$  está basada en los resultados de Rosenblueth y Reséndiz (1988) sobre el efecto del amortiguamiento en la ordenada espectral máxima. Es interesante notar que las ordenadas espectrales para periodos muy cortos y largos son independientes de los valores de  $\zeta$  tal como lo impone la dinámica estructural.

Se ha estipulado en las normas que el valor calculado para el amortiguamiento efectivo del sistema no puede tomarse menor que 0.05. Con ello se está reconociendo, aunque sea implícitamente el amortiguamiento adicional por interacción cinemática. De esta manera se impide que las ordenadas espectrales sean mayores que sus valores de base rígida en caso de disminución del amortiguamiento. Asimismo, la máxima reducción permisible del cortante basal por interacción se ha limitado a 25% del valor calculado para la condición de base rígida. Se espera, sin embargo, que esta restricción controle los efectos de interacción sólo en algunas situaciones. En la misma proporción se ha restringido el incremento posible del cortante basal por interacción debido, esencialmente, a

las grandes incertidumbres involucradas en la sobre resistencia estructural y a la forma conservadora de los espectros de diseño.



**Figura 3.10:** Comparación de espectros de diseño (trazo suave) con espectros de respuesta (trazo rugoso) modificados por interacción para un sitio cualquiera (Representativo a la zona del lago en México donde  $T_s = 2s$ ); sistemas con  $Q=1$  (línea continua),  $Q=2$  (discontinua) y  $Q=4$  (punteada).

En la fig. 3.5 se muestran los espectros de diseño modificados por interacción junto con los espectros de respuesta rigurosos. Si bien las tendencias son adecuadas, la forma conservadora de los espectros de diseño, particularmente el ancho de la meseta espectral enmascara algunos de los efectos revelados en los espectros de respuesta. Por otro lado, las grandes diferencias en la región espectral de periodos cortos son atribuibles a combinaciones irreales de parámetros del sistema. Específicamente, las estructuras esbeltas normalmente caen en la región espectral de periodos largos, donde los efectos de interacción son menos pronunciados.

### 3.6.3.2. Desplazamientos Laterales:

Los desplazamientos laterales de la estructura en la dirección de análisis, corregidos por interacción con el suelo, se determinarán con la expresión

$$\tilde{X}_t = \frac{\tilde{V}_o}{K_e} Q + \frac{\tilde{V}_o (H_e D)^2}{K_y} = \tilde{X}_e \left( 1 + \frac{K_e (H_e + D)^2}{K_y Q} \right) \quad (\text{Ec. 3.11a})$$

En la ecuación  $\tilde{X}_e = \left( \frac{\tilde{V}_o}{K_e} \right) Q$  es la deformación de la estructura. El segundo término de esta expresión representa la contribución de la rotación de la cimentación. Se ha especificado que el valor de  $\tilde{X}_t$  relativo al terreno debe tomarse en cuenta en el cálculo de los efectos de segundo orden, así como en la revisión del estado límite por choques con estructuras adyacentes. Es conveniente escribir la ecuación anterior como:

$$\tilde{X}_t = \frac{\tilde{V}_o}{V_o} \left( \frac{V_o}{K_e} Q + \frac{V_o (H_e D)^2}{K_y} \right) \quad (\text{Ec. 3.11b})$$

Simplificando la ecuación obtenemos:

$$\tilde{X}_t = \frac{\tilde{V}_o}{V_o} \left( X_e + (H_e + D) \frac{M_o}{K_y} \right) \quad (\text{Ec. 3.11c})$$

donde  $X_e = \left( \frac{V_o}{K_e} \right) Q$  y  $M_o = V_o (H_e + D)$  son respectivamente la deformación y el momento de volteo de la estructura con base indeformable, calculados usando las fuerzas sísmicas sin modificar por interacción. Con este razonamiento se concluye que cualquier respuesta estructural calculada para la condición de base rígida simplemente habrá de multiplicarse por el factor  $\frac{\tilde{V}_o}{V_o}$  para obtener la respuesta modificada por interacción. Así, la determinación de este factor permite evaluar, en el contexto de las normas, las consecuencias de la interacción en el cortante basal y el desplazamiento lateral de la estructura.

### 3.6.4. Análisis dinámico modal.

#### 3.6.4.1. Radio de giro.

Para estructuras que se apoyan sobre zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección que se analiza o sobre losa o cajón que abarque toda el área de cimentación, y que posean suficiente rigidez y resistencia para suponer que su base se desplaza como cuerpo rígido, las rigideces y amortiguamientos de la cimentación se obtendrán considerando círculos equivalentes a la superficie de desplante, cuyos radios para los modos de traslación y rotación están dados respectivamente por las siguientes expresiones:

$$R_x = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad (\text{Ec. 3.12a})$$

$$R_r = \sqrt[4]{\frac{4I}{\pi}} \quad (\text{Ec. 3.12b})$$

donde:

A: área de la superficie neta de cimentación;

I: momento de inercia de dicha superficie con respecto a su eje centroidal de rotación, perpendicular a la dirección en que se analiza la estructura.

#### 3.6.4.2. Rigideces estáticas

Las rigideces estáticas para los modos de traslación horizontal y vertical, cabeceo y acoplamiento de cimentaciones rectangulares enterradas en un estrato uniforme con base rígida se pueden aproximar mediante las siguientes expresiones (Gazetas, 1991; Sieffert y Cevaer, 1992):

$$K_h^o = \frac{8G_s R_h}{2 - \nu_s} \left(1 + \frac{R_h}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_h}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right) \quad (\text{Ec. 3.13a})$$

$$K_v^o = \frac{4G_s R_v}{1 - \nu_s} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + \frac{D}{2R_v}\right) \left(1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) \frac{D/H_s}{1 - D/H_s}\right) \quad (\text{Ec. 3.13b})$$



$$K_r^o = \frac{8G_s R_r^3}{3(1 - \nu_s)} \left(1 + \frac{R_r}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_r}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right) \quad (\text{Ec. 3.13c})$$

donde  $H_s$  es el espesor del estrato, siendo  $G$  el módulo de rigidez medio del suelo de soporte, que se determinará mediante pruebas dinámicas de campo o laboratorio. A falta de tales determinaciones se tomará igual a:

$$G = \frac{16\gamma}{g} \left(\frac{H_s}{T_s}\right)^2 \quad (\text{Ec. 3.14})$$

$\rho_s$  la densidad y  $\nu_s$  la relación de Poisson igual a 0.45, en tanto que  $D$  es el enterramiento de la cimentación.

### 3.6.4.3. Coeficientes de rigidez y amortiguamiento

Los coeficientes de rigidez y amortiguamiento para los modos de traslación horizontal y vertical, cabeceo y acoplamiento de cimentaciones circulares enterradas en un estrato uniforme con base rígida pueden aproximarse por medio de las fórmulas que se presentan a continuación (Gazetas, 1991; Sieffert y Cevaer, 1992).

#### **Modo de traslación horizontal:**

$$k_h = 1$$

$$c_h = \begin{cases} \frac{0.65\zeta_s\eta_{hs}}{1 - (1 - 2\zeta_s)\eta_{hs}^2}; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s \leq 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{hs} = \eta_h/\eta_s > 1 \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.15})$$

#### **Modo de traslación vertical:**

$$k_v = 1$$

$$c_v = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta_v < \eta_p \\ 0.85 \frac{1 + 1.85(1 - \nu_s) D/R_v}{1 + 0.5 D/R_v}; & \text{si } \eta_v \geq \eta_p \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.16})$$

### **Modo de cabeceo:**

$$k_r = \begin{cases} 1 - 0.2\eta_r; & \text{si } \eta_r \leq 2.5 \\ 0.5; & \text{si } \eta_r \geq 2.5, v_s \leq 1/3 \\ 1 - 0.2\eta_r; & \text{si } \eta_r \geq 2.5, v_s \geq 0.45 \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.17})$$

$$c_r = \begin{cases} \frac{0.5\zeta_s\eta_{rp}}{1 - (1 - 2\zeta_s)\eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p \leq 1 \\ \frac{0.3\eta_r^2}{1 + \eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \eta_r/\eta_p > 1 \end{cases} \quad (\text{Ec. 3.18})$$

donde  $\eta_s$  y  $\eta_p$  representan las frecuencias fundamentales adimensionales del estrato en vibración lateral y vertical, respectivamente, las cuales están dadas por

$$\eta_s = \frac{\pi R_h}{2H_s} \quad (\text{Ec. 3.20})$$

$$\eta_p = \frac{\pi R_r \alpha_s}{2H_s \beta_s} \quad (\text{Ec. 3.21})$$

Siendo

$$\frac{\alpha_s}{\beta_s} = \left( \frac{2(1 - v_s)}{1 - 2v_s} \right)^{1/2} \quad (\text{Ec. 3.22})$$

la relación de velocidades de ondas de compresión y cortante del suelo. Cabe hacer notar que en la ec. 4.8 procede usar interpolación lineal para el intervalo  $1/3 < v_s < 0.45$ .

#### **3.6.4.4. Rigidez de conjunto**

Los criterios especificados se aplican directamente a losas o cajones de cimentación, así como a cimentaciones a base de zapatas corridas con dimensión mayor en la dirección de análisis, siempre que posean suficiente rigidez y resistencia como para suponer que se desplazan como cuerpo rígido. Para

cimentaciones a base de zapatas aisladas o de zapatas corridas con dimensión menor en la dirección de análisis, la rigidez dinámica del conjunto se determina sumando las contribuciones de las zapatas individuales, de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$K_h = \sum_n K_h^n \quad \text{y} \quad C_h = \sum_n C_h^n$$

$$K_r = \sum_n (K_r^n + X_n^2 K_v^n) \quad \text{y} \quad C_r = \sum_n (C_r^n + X_n^2 C_v^n) \quad (\text{Ec. 3.24})$$

Estos resortes y amortiguadores están referidos al centroide de la planta de cimentación. El índice  $n$  denota valores correspondientes a la  $n$ -ésima zapata y  $\varepsilon_n$  es la distancia en la dirección de análisis entre el centroide de la zapata y el eje centroidal de la planta de cimentación.

### 3.6.5. Periodo y amortiguamiento efectivos

El periodo efectivo del sistema acoplado suelo–estructura se determinará de acuerdo con la expresión:

$$\widehat{T}_e = \sqrt{T_e^2 + T_x^2 + T_r^2} \quad (\text{Ec. 3.26})$$

donde

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} \quad (\text{Ec. 3.27})$$

$$T_r = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e (H_e + D)^2}{K_r}} \quad (\text{Ec. 3.28})$$

son los periodos naturales que tendría la estructura si fuera infinitamente rígida y su base sólo pudiera trasladarse o girar, respectivamente. Los parámetros  $K_x$  y  $K_r$  representan las rigideces de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura:  $K_x$  es la rigidez de traslación, definida como la fuerza horizontal necesaria para producir un desplazamiento unitario del cimiento, y  $K_r$  es la rigidez de rotación, definida como el momento necesario para producir una rotación unitaria del cimiento.

El amortiguamiento efectivo del sistema acoplado suelo–estructura se determinará según la expresión

$$\tilde{\zeta}_e = \zeta_e \left( \frac{T_e}{\tilde{T}_e} \right)^3 + \frac{\zeta_x}{1 + 2\zeta_x^2} \left( \frac{T_x}{\tilde{T}_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{\tilde{T}_e} \right)^2 \quad (\text{Ec. 3.30})$$

donde

$$\zeta_x = \frac{\pi C_x}{\tilde{T}_e K_x} \quad (\text{Ec. 3.31})$$

$$\zeta_r = \frac{\pi C_r}{\tilde{T}_e K_r} \quad (\text{Ec. 3.32})$$

son los coeficientes de amortiguamiento del suelo en los modos de traslación y rotación, respectivamente. Los parámetros  $C_x$  y  $C_r$  representan los amortiguamientos de la cimentación en la dirección en que se analiza la estructura; se definen como la fuerza y el momento requeridos para producir una velocidad unitaria del cimiento en traslación horizontal y rotación, respectivamente

### 3.6.6. Coeficiente por corrección de efectos ISE.

Cualquier respuesta estructural (fuerza cortante, desplazamiento lateral, momento de volteo, u otras) calculada para la condición de base rígida se multiplicará por el factor  $\tilde{V}_0 / V_0$  para obtener la respuesta modificada por interacción, siendo  $\tilde{V}_0 = \tilde{a}' W_0$  la fuerza cortante basal de la estructura con base indeformable. El valor de este factor en ninguna situación se tomará menor que 0.75, ni mayor que 1.25.



## CAPITULO IV: ANÁLISIS SÍSMICO DEL EDIFICIO EL CENTRO I

*El modelo que se abordará en el presente capítulo es el edificio “El Centro 1”. Ubicado en la ciudad de Managua, de la rotonda el periodista 150 mts al lago.*

*El análisis sísmico que realizaremos estará enfocado en el reglamento nacional de la construcción 2007 (RNC-07) y partiremos del modelo real construido. El diseño estructural del edificio estuvo a cargo del Ing. Gilberto Bermúdez Lacayo.*

*A continuación, estudiaremos el edificio según su regularidad y haremos el correspondiente análisis estático y dinámico.*

#### 4.1 Datos generales del edificio el centro.

El edificio pertenece al Grupo B debido a que es una estructura de normal importancia siendo diseñado para el albergar oficinas, esto según la clasificación de los tipos de estructuras definido en el Reglamento Nacional de la Construcción (RNC-2007).

El edificio cuenta con 4 plantas y fue diseñado sísmicamente. Su estructura está basada en una combinación de pórticos, muros de cortes y losas de concreto reforzado que proporcionan un diafragma rígido, cumpliendo los requisitos del capítulo 21 del código de construcción del American Concrete Institute (ACI 318-99), el reporte “Response of Building to Lateral Forces” del Comité 442 del ACI y el reglamento de la construcción de Nicaragua 1983.

El edificio El Centro 1, esta ubicado al suroeste del Instituto Nacaragüense de Deportes IND, en el complejo urbano El Retiro. Las colindancias del edificio son: al norte con el edificio Casa Pellas, al sur con el edificio El Centro 2, al este con con el estadio de beisbol Jackie Robinson del IND, al oeste se encuentra la avenida Paseo Naciones Unidas.



**Figura 4.1:** Ubicación satelital del edificio El Centro 1 (cuadro naranja).

## 4.2 Determinación de peso y rigideces

### 4.2.1 Peso

Los pesos de cada entrepiso fueron determinados tomando en cuenta todos los elementos que estarían presentes, como vigas, columnas, losa, ladrillos de pisos, bloques de cemento, repello, fino, muros de concreto, estructura de cielo raso, servicios sanitarios, particiones de Gypsum, accesorios de iluminación, lámparas, etc.

El procedimiento de cálculo para obtener el peso de cada entrepiso fue la sumatoria de cada elemento presente en el mismo de manera que se obtuvo lo siguiente:

<i>Nivel</i>	<i>Peso (Ton)</i>	<i>CVR (Ton)</i>
4	1303.30	36.81
3	1795.77	179.56
2	1727.55	165.97
1	2384.96	283.35

**Tabla 4.1:** Pesos de los entrepisos del edificio El Centro 1.

De esta manera hemos logrado determinar el peso total del edificio, el cual es 7877.26 Ton.

### 4.2.2 Rigidez.

La *rigidez* es la relación que hay entre una fuerza y el desplazamiento inducido por la misma.

Tomando en cuenta los elementos estructurales presente, marcos, muros sólidos y muros con aberturas, se utilizaron tres formas diferentes de encontrar la rigidez de cada uno de los niveles.

### 4.2.3 Rigidez en Marcos de Concreto.

Una manera de determinar la rigidez en marcos de concreto es utilizando la fórmula de Wilbur, considerando que los marcos están empotrados.

- Rigidez de primer entrepiso para columnas empotradas:

$$R_i = \frac{48E}{h_i \left[ \frac{4h_i}{\sum K_{ci}} + \frac{h_i + h_j}{\sum K_{vi} + \sum \frac{K_{ci}}{12}} \right]} \quad (\text{Ec. 4.1})$$

- Rigidez para segundos entrepisos:

$$R_i = \frac{48E}{h_j \left[ \frac{4h_i}{\sum K_{cj}} + \frac{h_i + h_j}{\sum K_{vi} + \sum \frac{K_{ci}}{12}} + \frac{h_j + h_k}{\sum K_{vj}} \right]} \quad (\text{Ec. 4.2})$$

- Rigidez para entrepisos intermedios:

$$R_i = \frac{48E}{h_i \left[ \frac{4h_i}{\sum K_{ci}} + \frac{h_i + h_j}{\sum K_{vi}} + \frac{h_j + h_k}{\sum K_{vj}} \right]} \quad (\text{Ec. 4.3})$$

#### 4.2.4 Rigidez de Muros sólidos de concretos.

Para determinar la rigidez en los muros de cortes, utilizamos la fórmula que a continuación definimos, partiendo de la ecuación general de rigidez:

$$K = \frac{V}{\Delta} \quad (\text{Ec. 4.4})$$

Donde la deflexión está representada por la siguiente ecuación

$$\Delta = \frac{Vh^3}{3E_c I_{cr}} + \frac{1.2Vh}{A_{cr}G} \quad (\text{Ec. 4.5})$$

$A_{cr}$  es el área agrietada y que es igual al espesor por la longitud del muro.  $I_{cr}$  es el momento de inercia agrietado y que equivale al 70% del momento de inercia de toda la sección:

$$I_{cr} = 0.70I_g = 0.70 \left( \frac{tl^3}{12} \right) = 0.058 * tl^3 \quad (\text{Ec. 4.6})$$



Si sustituimos  $A_{cr}$  y  $I_{cr}$  y dividimos entre el cortante en la ecuación de la deflexión, obtenemos:

$$\Delta = \frac{h^3}{0.175 * t l^3 E_c} + \frac{1.2 * h}{0.42 * t l E_c} \quad (\text{Ec. 4.7})$$

Finalmente obtenemos la ecuación a utilizar:

$$K = \frac{1}{\Delta} = \frac{E_c t}{5.714 \left(\frac{h}{l}\right)^3 + 2.85 \left(\frac{h}{l}\right)} \quad (\text{Ec. 4.8})$$

#### 4.2.5 Rigidez de Muros de concretos con aberturas.

Para calcular la rigidez en muros con aberturas, utilizamos la fórmula del Dr. Kiyoshi Muto. Primero se calcula la relación de las áreas abiertas entre el área total del muro- El resultado debe ser menor a 0.25. Luego se calcula la rigidez del muro suponiendo que es sólido en su totalidad. Y se procede con la siguiente formula:

$$K_o = K * \left( 1 - 1.25 \sqrt{\frac{A_o}{A_w}} \right) \quad (\text{Ec. 4.9})$$

En la siguiente tabla, se muestran las rigideces obtenidas en cada entrepiso y en cada dirección.

	Marcos	Muros	Rigidez Total
Nivel	(ton/m)	(ton/m)	(ton/m)
4	81896.6	1713189.6	1795086.2
3	122321.6	1944978.8	2067300.4
2	72490.2	1515884.8	1588375.0
1	220894.3	4954238.9	5175133.2

**Tabla 4.2:** Rigideces del edificio el Centro 1 en la dirección Norte-Sur.

	Marcos	Muros	Rigidez Total
Nivel	(ton/m)	(ton/m)	(ton/m)
4	192888.2	2031219.88	2224108.1
3	135302.4	2233412.77	2368715.1
2	81742.6	1825226.26	1906968.8
1	200239.8	10835408.81	11035648.6

**Tabla 4.3:** Rigideces del edificio el Centro 1 en la dirección Este- Oeste.

#### 4.2.6 Condiciones de regularidad

Las recomendaciones estructurales que se desarrollan a continuación están referidas a la forma de construcción en planta y en elevación, así como a la distribución de los elementos estructurales que constituyen el esqueleto resistente del edificio. La mayoría de estas recomendaciones están referidas a zonas sísmicas, limitando la posibilidad de concebir edificios de formas atrevidas; así también, el uso del espacio interno del edificio.

Por tal razón, evaluaremos el edificio con el artículo 23 del RNC-07, que trata sobre condiciones de regularidad.

Para saber si una estructura es regular deberá cumplir con las condiciones que a continuación detallaremos, en caso contrario el **factor por reducción por ductilidad** se verá afectado gradualmente de acuerdo con el grado de irregularidad que esté presente en la estructura:

a. “Su planta es sensiblemente simétrica con respecto a dos ejes ortogonales por lo que toca a masas, así como a muros y otros elementos resistentes. Estos son, además, sensiblemente paralelos a los ejes ortogonales principales del edificio”.

**Se cumple esta condición.**

b. “La relación de su altura a la dimensión menor de su base no pasa de 2.5.” **Se cumple esta condición.** Si observamos los planos estructurales en los anexos, nos daremos cuenta de que la altura total del edificio es de 17.64 y el lado corto del mismo tiene una longitud de 28.80. Si dividimos la altura entre el lado corto obtenemos apenas 0.61. Este valor es menor que 2.5 por tanto cumple.

c. “La relación de largo a ancho de la base no excede de 2.5.” **Se cumple esta condición.** Si dividimos el lado largo de la planta del edificio que es 48.0 metros entre el lado corto que es 28.80 metros obtenemos un valor de 1.67. Este valor es menor que 2.5 por tanto cumple.

d. “En planta no tiene entrantes ni salientes cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión de la planta medida paralelamente a la dirección que se

considera del entrante o saliente.” En la siguiente tabla se detalla los porcentajes de áreas salientes con respecto al área total de cada entrepiso resultando que para todos los entrepisos los valores resultantes son menores al 20%. Por lo tanto, **se cumple esta condición.**

Nivel	Área total (m <sup>2</sup> )	Área Saliente (m <sup>2</sup> )	% de Saliente
4	474.29	0	0
3	1653.97	216.64	13.10
2	1473.11	35.84	2.43
1	2804.8	-----	-----

**Tabla 4.4:** Porcentajes de áreas salientes del edificio El Centro 1.

e. “En cada nivel tiene un sistema de techo o piso rígido y resistente.” **Se cumple esta condición.** Todos los niveles cuentan con una losa prefabricada de concreto reforzado cuyo espesor es de al menos 0.15 metros incluyendo la losa de azotea. En algunas partes el espesor de 0.20 metros.

f. “No tiene aberturas en sus sistemas de techo o piso cuya dimensión exceda de 20 por ciento de la dimensión en planta medida paralelamente a la abertura; las áreas huecas no ocasionan asimetrías significativas ni difieren en posición de un piso a otro, y el área total de aberturas no excede en ningún nivel de 20 por ciento del área de la planta.” **Se cumple esta condición.** Como observamos en la siguiente tabla en ninguno de los entrepisos se excede el 20 por ciento en aberturas en la superficie de las losas. Por esta razón esta condición queda satisfecha.

Nivel	Área total (m <sup>2</sup> )	Área de Aberturas (m <sup>2</sup> )	% de aberturas
4	474.29	37.33	7.87
3	1653.97	82.56	4.99
2	1473.11	82.56	5.60
1	2804.80	171.58	6.12

**Tabla 4.5:** Porcentajes de aberturas en losas del edificio El Centro 1.

g. “El peso de cada nivel, incluyendo la carga viva que debe considerarse para diseño sísmico, no es mayor que 110 por ciento del correspondiente al piso inmediato inferior ni, excepción hecha del último nivel de la construcción, es menor que 70 por ciento de dicho peso.” **Se cumple esta condición.** Como observaremos en la siguiente tabla, ninguno de los entresijos excede el valor máximo permisible. Es por tal razón que esta condición que satisfecha

Nivel	Carga Muerta (kg)	% de Carga Muerta	Carga Incidental (kg)	% de Carga Incidental
4	1303.30	excento	36.81	excento
3	1795.77	3.95	179.56	8.19
2	1727.55	-27.56	165.97	-41.42
1	2384.96	-----	283.35	-----

**Tabla 4.6:** Porcentajes de pesos por cada nivel del edificio El Centro 1.

h. “Ningún piso tiene un área, delimitada por los paños exteriores de sus elementos resistentes verticales, mayor que 110 por ciento de la del piso inmediato inferior ni menor que 70 por ciento de ésta. Se exime de este último requisito únicamente al último piso de la construcción.” **No Cumple esta condición.** Como observamos en la tabla siguiente, la relación del segundo nivel con respecto al primer nivel es menor del 70 % que permite esta condición, por tanto, no satisface la misma.

Nivel	Área Delimitada (m <sup>2</sup> )	% Delimitado
4	474.29	excento
3	1569.94	109.87
2	1428.84	53.10
1	2691.65	-----

**Tabla 4.7:** Porcentajes de áreas delimitadas por paños en losas del edificio El Centro 1.

i. “Todas las columnas están restringidas en todos los pisos en dos direcciones sensiblemente ortogonales por diafragmas horizontales y por trabes o losas planas.” **Se Cumple esta condición.** Exceptuando las columnas arquitectónicas, todos los elementos verticales están limitados es sus extremos por losas y vigas en ambas direcciones.

j. “La rigidez al corte de ningún entrepiso excede en más de 50 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior. El último entrepiso queda excluido de este requisito.” Como observaremos en la siguiente tabla, entre los entre pisos uno y dos existe una diferencia de más del límite permitido. En este caso **no se cumple con esta condición.**

Nivel	Rigidez Dir. Norte- Sur (ton/m)	% de Rigidez	Rigidez Dir. Este-Oeste (ton/m)	% de Rigidez
4	1795086.2	Excento	2224108.1	Excento
3	2067300.4	30.15	2368715.1	24.21
2	1588375.0	-69.31	1906968.8	-82.72
1	5175133.2	-----	11035648.6	-----

**Tabla 4.8:** Porcentajes de rigideces de entrepisos del edificio El Centro 1.

k. “La resistencia al corte de ningún entrepiso excede en más de 50 por ciento a la del entrepiso inmediatamente inferior. El último entrepiso queda excluido de este requisito.”

l. “En ningún entrepiso la excentricidad torsional calculada estáticamente,  $e_s$ , excede del diez por ciento de la dimensión en planta de ese entrepiso medida paralelamente a la excentricidad mencionada”. Como veremos en la siguiente tabla, esta condición **no se cumple con esta condición.**

Nivel	Excentricidad Norte- Sur Dir. X (m)	Longitud del Entrepiso (m)	% de Longitud del Entrepiso	Excentricidad Este-Oeste Dir. Y (m)	Longitud del Entrepiso (m)	% de Longitud del Entrepiso
4	0.39	48.00	0.81	-0.73	38.40	1.90
3	1.72	48.00	3.58	-0.39	28.80	1.35
2	0.19	48.00	0.40	-4.61	28.80	16.01
1	13.11	64.65	20.28	-5.21	42.55	11.44

**Tabla 4.9:** Porcentajes de excentricidades en cada nivel del edificio El Centro 1.

Después de analizar todas las condiciones anteriores, podemos decir que el edificio es fuertemente irregular. Primero porque no cumple con tres de las condiciones, y en segunda instancia porque no satisface la última condición

### 4.3 Análisis estático

#### 4.3.1 Factor por Reducción por Ductilidad.

Según las clasificaciones presentadas en el artículo 21 del RNC-07, utilizaremos un factor de comportamiento sísmico ( $Q$ ) igual a 4 en ambas direcciones; debido a que la resistencia a las fuerzas laterales del edificio, están suministradas por losas planas con marcos concreto reforzado, así como por muros de concreto de corte, pero principalmente, porque el edificio fue diseñado sísmicamente utilizando el capítulo 21 del código del ACI 318-99.

Para determinar el factor por reducción por ductilidad ( $Q'$ ) se utiliza la siguiente expresión:

$$Q' = \begin{cases} Q & \text{si se desconoce } T. \text{ o si } T > T_a \\ 1 + \frac{T}{T_a}(Q - 1) & T \leq T_a \end{cases} \quad (\text{Ec. 4.10})$$

Como el período fundamental de vibración de la estructura es desconocido, entonces definiremos  $Q'$  será igual a  $Q$ , es decir a 4.

Debido a que el edificio presenta irregularidad, el artículo 23 inciso d) del RNC – 07, indica las modificaciones que  $Q'$  sufrirá a consecuencia de la irregularidad y propone que  $Q'$ , para nuestro caso se multiplique por 0.7. De manera, pues,  $Q'$  será:

$$Q' = 4 * 0.7 = 2.8$$

#### 4.3.2 Cálculo del Coeficiente Sísmico.

El Art. 24 del RNC-07 presenta la fórmula para calcular en coeficiente sísmico:

$$c = \frac{S(2.7 * a_0)}{Q' * \Omega} > S * a_0 \quad (\text{Ec.4.11})$$

El edificio está situado en la zona sísmica “C”, por lo que el suelo tendrá una aceleración ( $a_0$ ) de 0.31, según el mapa de Isoaceleración (ver el apéndice C del RNC-07). El factor de reducción por sobrerresistencia ( $\Omega$ ) será de 2. El factor de amplificación según el tipo de suelo es de 1.5 (ver tabla en anexos).

$$c = \frac{1.5(2.7 * 0.31)}{2.8 * 2} = 0.22$$

$$S * a_0 = 1.5 * 0.31 = 0.465$$

Como observamos, la relación  $S * a_0$  es mayor que el coeficiente calculado. Por tanto, se utilizará como coeficiente sísmico el valor de 0.465.

#### 4.3.3 Cálculo del Cortante Basal

Este cálculo lo realizaremos mediante la siguiente expresión matemática mostrada en el Art. 24 del RNC-07:

$$V_o = c * W_o \quad (\text{Ec. 4.12})$$

$$V_o = 0.465 * 7877.26 \text{ Ton}$$

$$V_o = 3662.93 \text{ Ton}$$

#### 4.3.4 Cálculo de las Fuerzas Sísmicas.

Para la determinación de las fuerzas laterales se utilizará la siguiente expresión matemática descrita en el Art. 32 del RNC-07:

$$F_{Si} = c * W_i h_i * \frac{\sum W_i}{\sum W_i h_i} \quad (\text{Ec. 4.13})$$

En el caso de las fuerzas cortantes presentes en cada nivel, simplemente será la sumatoria de las fuerzas laterales desde el nivel superior hasta el nivel inferior. En la siguiente se muestra el resumen del cálculo de fuerzas sísmicas:

Nivel	Altura (m)	Peso (Ton)	$W_i h_i$ (Ton-m)	DIRECCION X		DIRECCION Y	
				$F_{Si} \text{ (Ton)}$	$V_i \text{ (Ton)}$	$F_{Si} \text{ (Ton)}$	$V_i \text{ (Ton)}$
4	4.680	1340.10	6271.68	676.58	676.58	676.57	676.58
3	4.320	1975.33	8533.42	920.57	1597.14	920.56	1597.14
2	5.040	1893.52	9543.34	1029.52	2626.66	1029.52	2626.66
1	3.600	2668.31	9605.91	1036.27	3662.93	1036.23	3662.93

**Tabla 4.10:** Fuerzas sísmicas estáticas del edificio El Centro 1.

#### 4.3.5 Reducción de Fuerzas Sísmicas.

El RNC-07 permite reducir las fuerzas sísmicas, siempre y cuando se conozca el periodo de la estructura. Una vez encontrado los periodos de vibración se deberá encontrar la ordena espectral correpondiente para incluirla en la formula que mas adelante presentaremos.

#### 4.3.6 Periodo fundamental de vibración de la estructura.

En el Art. 32 inciso b) del RNC-07, se presenta la ecuación para calcular el período fundamental de vibración de la estructura:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\sum W_i x_i^2}{g \sum F_{s_i} x_i}} \quad (\text{Ec. 4.14})$$

Las siguientes tablas nos mostraran los desplazamientos obtenidos y posteriormente los periodos correspondiente a cada dirección:

Nivel	$W_i$ (Ton)	$F_{s_i}$ (Ton)	$V_i$ (Ton)	$K_i$ (Ton*cm)	$\Delta=V_i/k_i$ (cm)	$d_i$ (cm)	$W_i d_i^2$	$F_i d_i$
4	1303.30	676.58	676.58	17950.86	0.04	0.35	160.7	676.58
3	1795.77	920.57	1597.14	20673.00	0.08	0.31	176.4	920.57
2	1727.55	1029.52	2626.66	15883.75	0.17	0.24	96.3	1029.52
1	2384.96	1036.27	3662.93	51751.33	0.07	0.07	11.9	1036.27

**Tabla 4.11:** Desplazamientos en la dirección este- oeste (dirección X).

$$T_x = 2\pi \sqrt{\frac{445.32}{981 * 842.52}} = 0.146 \text{ s}$$

Nivel	$W_i$ (Ton)	$F_{s_i}$ (Ton)	$V_i$ (Ton)	$K_i$ (Ton*cm)	$\Delta=V_i/k_i$ (cm)	$d_i$ (cm)	$W_i d_i^2$	$F_i d_i$
4	1303.30	676.58	676.58	22241.08	0.03	0.27	94.2	676.58
3	1795.77	920.57	1597.14	23687.15	0.07	0.24	102.0	920.57
2	1727.55	1029.52	2626.66	19069.69	0.14	0.17	50.5	1029.52
1	2384.96	1036.27	3662.93	110356.49	0.03	0.03	2.6	1036.27

**Tabla 4.12:** Desplazamientos en la dirección norte-sur (dirección Y).



$$T_y = 2\pi \sqrt{\frac{249.28}{981 * 611.65}} = 0.128 \text{ s}$$

Observando los valores de los periodos, notamos que son mayores que el valor de  $T_a$  que es igual 0.1 s. Con ayuda del art. 27, calculamos la ordenada del espectro de aceleracion. Como la ecuacion a utilizar es  $a = Sd$ , bastará el mismo resultado para ambas direcciones.

$$a = Sd \quad (\text{Ec. 4.15})$$

$$a = 1.5 (2.7 * 0.31) = 1.25$$

#### 4.3.7 Fuerzas reducidas.

Una vez encontrada la nueva ordenada espectral, se procede a recalcular las fuerzas sísmicas presentes en el edificio, mediante la ecuación presentada por el art. 32 en su inciso b.

$$F_{Si} = \frac{a}{\Omega Q'} W_i h_i \frac{\sum W_i}{W_i h_i} \quad (\text{Ec. 4.16})$$

Nivel	Altura (m)	Peso (Ton)	$W_i h_i$ (Ton-m)	Dirección X		Dirección Y	
				$F_{Si}$ (Ton)	$V_i$ (Ton)	$F_{Si}$ (Ton)	$V_i$ (Ton)
4	4.68	1340.10	6271.68	326.21	326.21	326.2063	326.21
3	4.32	1975.33	8533.42	443.85	770.05	443.845	770.05
2	5.04	1893.52	9543.34	496.37	1266.43	496.3739	1266.43
1	3.6	2668.31	9605.91	499.63	1766.05	499.6281	1766.05

**Tabla 4.13:** Fuerzas sísmicas estáticas reducidas.

Finalmente, estas serán las fuerzas sísmicas encontradas en el edificio.

#### 4.4 Análisis estático por torsión.

##### 4.4.1 Primer Nivel.

##### 4.4.2 Centro de Masas.

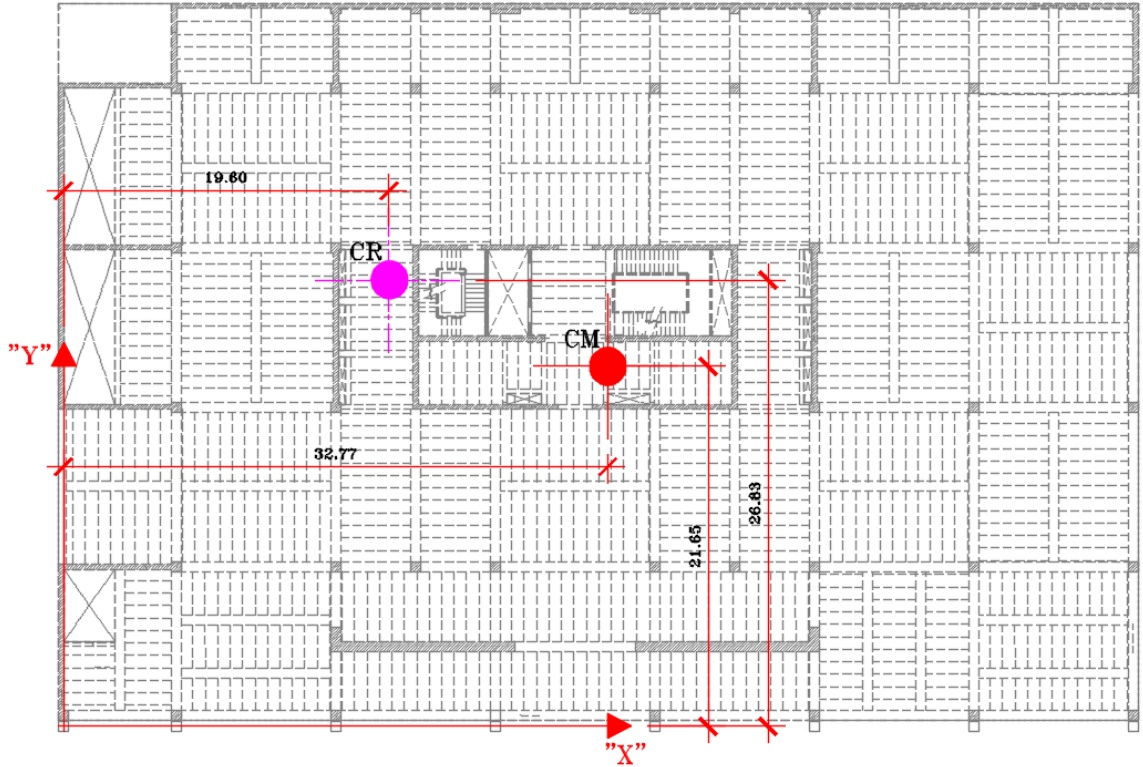


Imagen 4.2: Centro de masa y rigidez en planta de primer nivel.

El centro de masas fue determinado mediante una combinación de la geometría de la losa y el peso de los muros de concreto, encontrándose en los siguientes puntos:

$$X = 32.77 \text{ m}$$

$$Y = 21.65 \text{ m}$$

##### 4.4.3 Centro de Rigidez.

El centro de rigidez se logró precisar en los siguientes puntos, obtenidos de las fórmulas matemáticas descritas abajo:

$$X_T = \frac{\sum R_{iy} x_i}{\sum R_{iy}} \quad (\text{Ec. 4.11 a})$$

$$X_T = 19.66 \text{ m}$$

$$Y_T = \frac{\sum R_{ix} y_i}{\sum R_{ix}} \quad (\text{Ec. 4.17 b})$$

$$Y_T = 26.86 \text{ m}$$

#### 4.4.4 Excentricidad en ambas direcciones.

En el capítulo 32 inciso d) del RNC-07, nos muestra las ecuaciones correspondiente a la torsión. Mismas que están descritas en el procedimiento que a continuación se presentan:

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Este – Oeste (X).

$$e_c = X - X_T \quad (\text{Ec. 4.18a})$$

$$e_c = 32.77 - 19.66$$

$$e_c = 13.11 \text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Este – Oeste (X).

$$e = 1.5 e_c + 0.1 b \quad (\text{Ec. 4.19a}) \quad E = e_c - 0.1 b \quad (\text{Ec. 4.19b})$$

$$e = 1.5(13.11) + 0.1(43.2) \quad e = (13.11) - 0.1(43.2)$$

$$e = 23.99 \text{ m} \quad e = 8.79 \text{ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual 23.99 m.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Norte – Sur (Y).

$$e_c = Y - Y_T \quad (\text{Ec. 4.18b})$$

$$e_c = 21.65 - 26.86$$

$$e_c = -5.21 \text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Norte – Sur (Y).

$$e = 1.5 e_c + 0.1 b \quad e = e_c - 0.1 b$$

$$e = 1.5(-5.21) + 0.1(64.55) \quad e = (-5.21) - 0.1(64.55)$$

$$e = -1.36 \text{ m} \quad e = -11.67 \text{ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual -11.67 m.

#### 4.4.5 Momento de Torsión en ambas direcciones.

Para efectuar este cálculo se utilizará la siguiente expresión:

$$M_T = V_i * e \quad (\text{Ec. 4.20})$$

$$M_{Tx} = 1766.05 * 23.99$$

$$M_{Ty} = 1766.05 * -11.67$$

$$\mathbf{M_{Tx} = 42367.54 \text{ ton} - \text{m}}$$

$$\mathbf{M_{Ty} = -20609.80 \text{ ton} - \text{m}}$$

#### 4.4.6 Cortante por Torsión en ambas direcciones.

Para calcular esta fuerza se utilizarán las fórmulas siguientes:

$$V_{ix} = \frac{R_{ix} y_{iT}}{\sum (R_{ix} y_{iT}^2 + R_{iy} x_{iT}^2)} * M_{Tx} \quad (\text{Ec.4.21 a})$$

$$V_{iy} = \frac{R_{iy} x_{iT}}{\sum (R_{ix} y_{iT}^2 + R_{iy} x_{iT}^2)} * M_{Ty} \quad (\text{Ec. 4.21 b})$$

Eje	$R_{ix}$ (Ton/m)	$y_i$ (m)	$R_{ix}y_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$y_{IT}$ (m)	$R_{ix}y_{IT}$ (Ton)	$R_{ix}y_{IT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)	Cortante Total (Ton)	$x + 0.3y$ (Ton)		
								X	Y	X	Y	
1'	4660382.50	43.20	201328523.80	778.59	22.06	102821871.80	2268555709.57	729.76	0.00	1508.34	0.00	1508.34
1	46341.36	38.40	1779508.22	7.74	11.54	534609.64	6167438.06	3.79	0.00	11.54	0.00	11.54
2	902578.99	28.80	25994274.80	150.79	1.94	1747698.92	3384137.63	12.40	0.00	163.19	0.00	163.19
3'	763084.79	23.70	18085109.52	127.49	-3.16	-2414141.57	7637525.46	-17.13	0.00	110.35	0.00	110.35
3	1010723.86	19.60	19810187.73	168.86	-7.26	-7341555.48	53326570.01	-52.11	0.00	116.75	0.00	116.75
4	393002.71	9.60	3772826.04	65.66	-17.26	-6784665.58	117128166.45	-48.15	0.00	17.50	0.00	17.50
4'	2751618.06	4.80	13207766.68	459.70	-22.06	-60710767.94	1339501801.15	-430.88	0.00	28.82	0.00	28.82
5	43358.44	0.00	0.00	7.24	-26.86	-1164766.43	31289890.55	-8.27	0.00	-1.02	0.00	-1.02

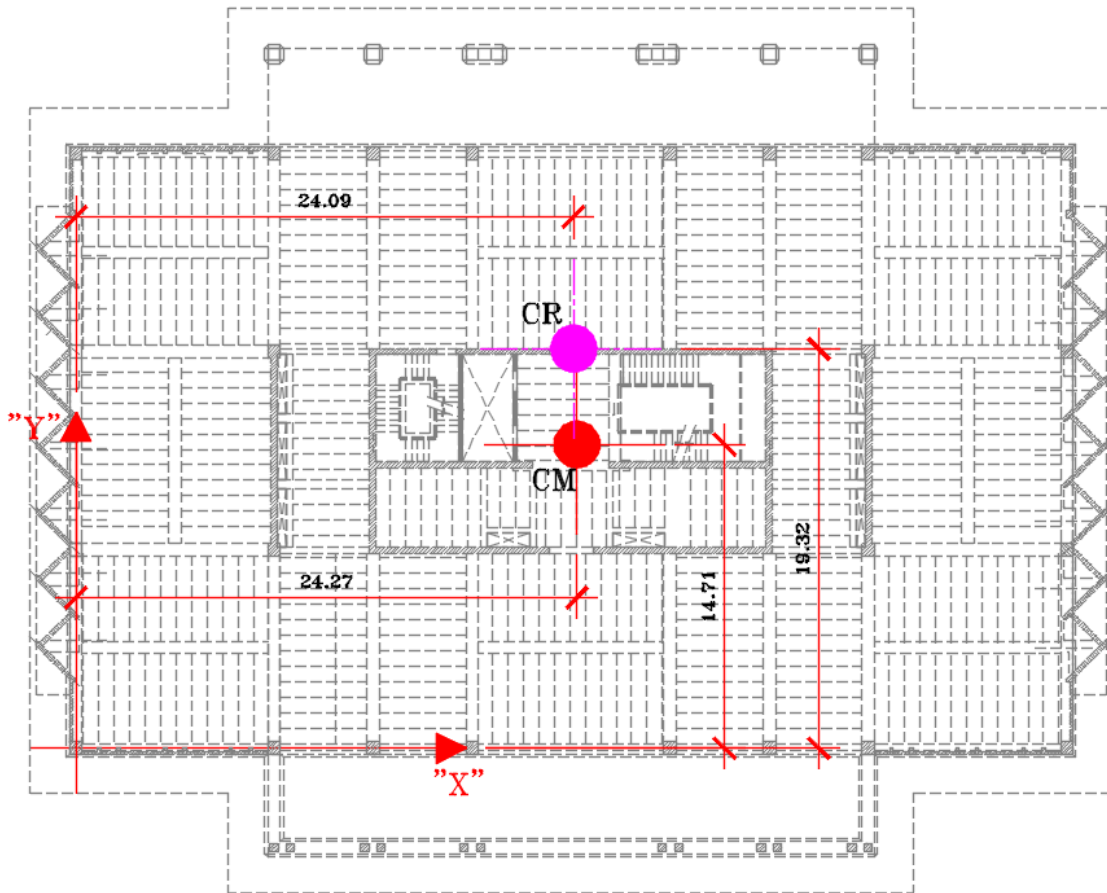
**Tabla 4.14: Calculo de la Fuerza Cortante por Torsión. Primer nivel**

Eje	R <sub>iy</sub> (Ton/m)	x <sub>i</sub> (m)	R <sub>iy</sub> x <sub>i</sub> (Ton)	Cortante Directo (Ton)	x <sub>IT</sub> (m)	R <sub>iy</sub> x <sub>IT</sub> (Ton)	R <sub>iy</sub> x <sub>IT</sub> <sup>2</sup> (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)		Cortante Total (Ton)		0.3x + y (Ton)
								X	Y	X	Y	
A'	1829610.49	0.00	0.00	574.96	19.66	35962993.11	706891919.90	255.24	-124.12	255.24	450.84	527.42
A	775606.56	6.95	5390465.62	243.74	12.71	9854928.76	125217636.58	69.94	-34.01	313.68	-34.01	60.09
B	805818.87	16.55	13336302.23	253.23	3.11	2502947.95	7774387.91	17.76	-8.64	271.00	-8.64	72.66
B'	653218.79	26.15	17081671.23	205.28	-6.49	-4241942.35	27546781.18	-30.11	14.64	175.17	14.64	67.19
C	21666.39	30.95	670574.64	6.81	-11.29	-244698.16	2763598.32	-1.74	0.84	5.07	0.84	2.37
D	21666.39	35.75	774573.29	6.81	-16.09	-348696.81	5611894.14	-2.47	1.20	4.33	1.20	2.50
D'	653218.79	45.35	29623471.90	205.28	-25.69	-16783743.03	431239940.51	-119.12	57.92	86.16	57.92	83.77
E	805818.87	50.15	40411816.11	253.23	-30.49	-24572565.93	749313552.02	-174.40	84.81	78.83	84.81	108.46
F	27087.03	54.95	1488432.56	8.51	-35.29	-956007.30	33741233.22	-6.79	3.30	1.73	3.30	3.82
G	26133.08	64.55	1686890.55	8.21	-44.89	-1173216.24	52670261.47	-8.33	4.05	-0.11	4.05	4.01

**Tabla 4.15: Fuerzas Cortantes por Torsión. Dirección Norte-Sur. Primer nivel**

#### 4.5 Segundo Nivel.

##### 4.5.1 Centro de Masas.



**Imagen 4.3:** Centro de masa y rigidez de planta de segundo nivel.

El centro de masas fue determinado a partir de la geometría de la losa, lográndose encontrar en los siguientes puntos:

$$X = 24.27 \text{ m}$$

$$Y = 14.71 \text{ m}$$

##### 4.5.2 Centro de Rigidez.

$$X_T = 24.09 \text{ m}$$

$$Y_T = 19.32$$

#### 4.5.3 Excentricidad en ambas direcciones.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e_c = X - X_T$$

$$e_c = 24.27 - 24.09$$

$$e_c = 0.18 \text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e = 1.5 e_c + 0.1 b$$

$$e = 1.5(0.18) + 0.1(38.4)$$

$$\mathbf{e = 4.11 \text{ m}}$$

$$e = e_c - 0.1 b$$

$$e = (0.18) - 0.1(38.4)$$

$$e = -3.66 \text{ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual 4.11 m.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e_c = 14.71 - 19.32$$

$$e_c = -4.61 \text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e = 1.5(-4.61) + 0.1(48.00)$$

$$e = -2.11 \text{ m}$$

$$e = (-4.61) - 0.1(48.00)$$

$$\mathbf{e = -9.41 \text{ m}}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual -9.41 m.

#### 4.5.4 Momento de Torsión en ambas direcciones.

$$M_{Tx} = 1266.43 * 4.11$$

$$\mathbf{M_{Tx} = 5205.03 \text{ ton} - \text{m}}$$

$$M_{Ty} = 1266.43 * -9.41$$

$$\mathbf{M_{Ty} = -11917.11 \text{ ton} - \text{m}}$$

#### 4.5.5 Cortante por Torsión en ambas direcciones.

Como resultado del cálculo, se obtuvieron los cortantes totales en el entrepiso.

Eje	$R_{ix}$ (Ton/m)	$y_i$ (m)	$R_{ix}y_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$y_{iT}$ (m)	$R_{ix}y_{iT}$ (Ton)	$R_{ix}y_{iT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)	Cortante Total (Ton)	$x + 0.3y$ (Ton)
1'	19517.33	38.40	749465.47	12.96	23.8	464518.64	11055690.8	5.93	0.00	18.89
1	18383.3	33.60	617678.96	12.21	6.74	123836.16	834202.34	1.58	0.00	13.79
2	708521.39	24.00	17004513.33	470.53	-2.86	-2028955.05	5810268.02	-25.9	0.00	444.63
3'	487927.68	18.50	9026662.15	324.04	-8.36	-4080861.72	34130943.9	-52.1	0.00	271.93
3	649766.08	14.40	9356631.53	431.51	-12.46	-8098464.11	100936511	-103.4	0.00	328.12
4	17065.22	4.80	81913.08	11.33	-22.06	-376521.33	8307438.9	-4.81	0.00	6.53
4'	5787.83	0.00	0	3.84	-26.86	-155482.3	4176823.87	-1.99	0.00	1.86

**Tabla 4.16: Cálculo de la Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Este – Oeste. Segundo nivel**

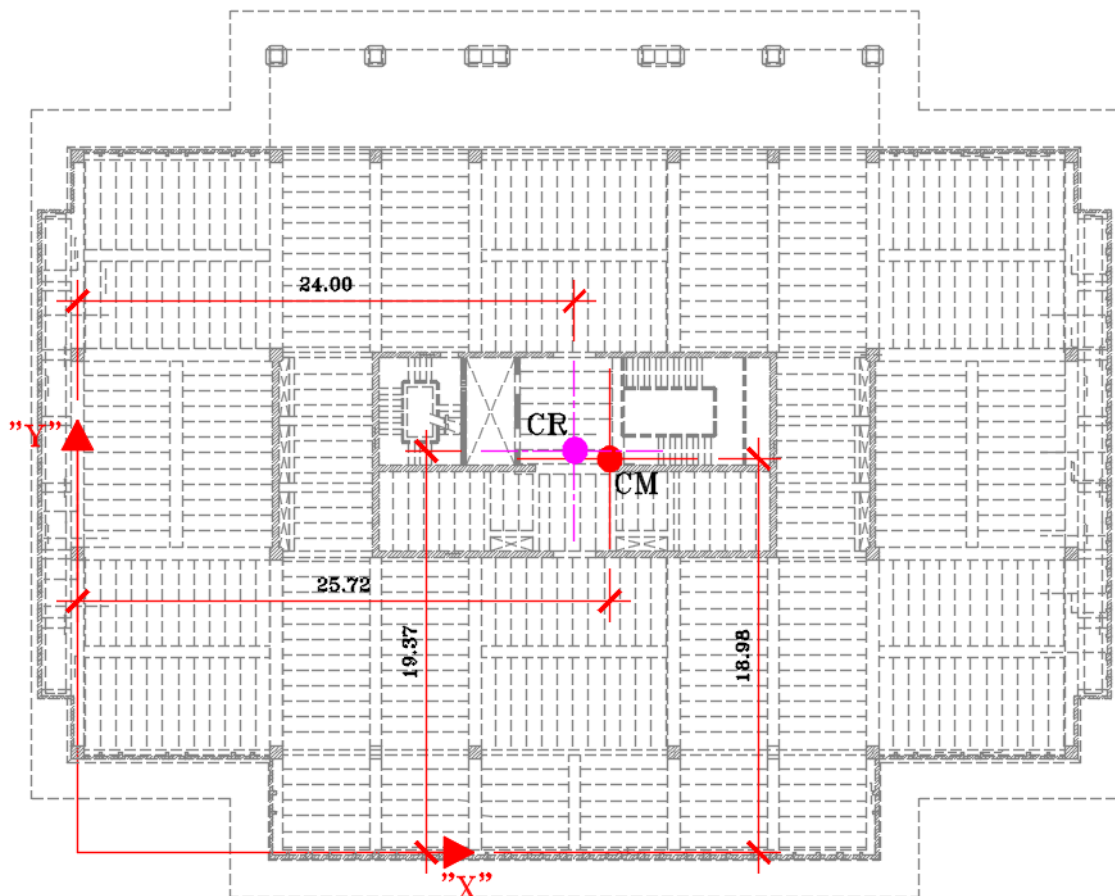
Eje	$R_{iy}$ (Ton/m)	$x_i$ (m)	$R_{iy}x_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$x_{iT}$ (m)	$R_{iy}x_{iT}$ (Ton)	$R_{iy}x_{iT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)	Cortante Total (Ton)	$0.3x + y$ (Ton)
A	9811.99	0	0	174.78	24.09	236330.022	5692209.83	3.02	-6.89	177.8
B	386176.19	9.6	3707291.409	181.59	14.49	5594090.95	81035171.2	71.42	-163.1	253.01
B'	378971.2	14.4	5457185.32	147.2	9.69	3670658.82	35553456.5	46.86	-107	194.07
C	7528.82	19.2	144553.365	4.88	4.89	36784.7024	179724.6	0.47	-1.07	5.35
D	7528.82	28.8	216830.0474	4.88	-4.71	-35491.98	167314.46	-0.45	1.03	4.43
D'	386176.19	33.6	12975519.93	147.2	-9.51	-3674137.6	34956290.2	-46.91	107.13	100.29
E	390626.54	38.4	15000059.21	181.59	-14.31	-5591486.3	80037364.8	-71.39	163.04	110.2
F	9899.94	48	475197.1296	6.1	-23.91	-236748.64	5661642.1	-3.02	6.9	3.08

**Tabla 4.17: Cálculo de la Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Norte – Sur. Segundo nivel**



## 4.6 Tercer Nivel

### 4.6.1 Centro de Masas.



**Imagen 4.4:** Centro de masa y rigidez de planta de tercer nivel.

El centro de masas fue determinado a partir de la geometría de la losa, lográndose encontrar en los siguientes puntos:

$$X = 25.72 \text{ m}$$

$$Y = 18.98 \text{ m}$$

### 4.6.2 Centro de Rigidez.

$$X_T = 24.00 \text{ m}$$

$$Y_T = 19.37 \text{ m}$$

#### 4.6.3 Excentricidad en ambas direcciones.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e_c = X - X_T$$

$$e_c = 25.72 - 24.00$$

$$e_c = 1.72\text{m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e = 1.5 e_c + 0.1 b$$

$$e = 1.5(1.72) + 0.1(38.4)$$

$$\mathbf{e = 6.42\ m}$$

$$e = e_c - 0.1 b$$

$$e = (1.72) - 0.1(38.4)$$

$$e = -2.12\text{ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual 6.42 m.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e_c = 18.98 - 19.37$$

$$e_c = -0.39\text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e = 1.5(-0.39) + 0.1(48)$$

$$e = -4.22\text{ m}$$

$$e = (-0.39) - 0.1(48)$$

$$\mathbf{e = -5.19\ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual -5.19 m.

#### 4.6.4 Momento de Torsión en ambas direcciones.

$$M_{Tx} = 770.05 * 6.42$$

$$\mathbf{M_{Tx} = 4943.72\ ton - m}$$

$$M_{Ty} = 770.05 * -5.19$$

$$\mathbf{M_{Ty} = -3996.56\ ton - m}$$

#### 4.6.5 Cortante por Torsión en ambas direcciones.

Como resultado del cálculo, se obtuvieron los cortantes totales en el entrepiso.

Eje	$R_{ix} (Ton/m)$	$y_i$ (m)	$R_{ix} y_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$y_{IT}$ (m)	$R_{ix} y_{IT}$ (Ton)	$R_{ix} y_{IT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)		Cortante Total (Ton)		$x + 0.3y (Ton)$
								X	Y	X	Y	
1'	30992.8	38.40	1190123.455	10.079	18.91	586045.15	11081571.7	11.42	0.00	21.5	0.00	21.5
1	31585.016	33.60	1061256.552	10.272	6.74	212767.38	1433273.2	4.15	0.00	14.42	0.00	14.42
2	849445.38	24.00	20386689.09	276.257	-2.86	-2432524	6965922.83	-47.42	0.00	228.84	0.00	228.84
3'	648152.24	18.50	11990816.38	210.792	-8.36	-5420926	45338783.6	-105.7	0.00	105.12	0.00	105.12
3	769428.73	14.40	11079773.66	250.234	-12.46	-9589899	119525247	-186.9	0.00	63.3	0.00	63.3
4	29920.13	4.80	143616.6285	9.731	-22.06	-660147.6	14565273.4	-12.87	0.00	-3.14	0.00	-3.14
4'	8266.44	0.00	0.00	2.688	-26.86	-222066.9	5965528.99	-4.33	0.00	-1.64	0.00	-1.64

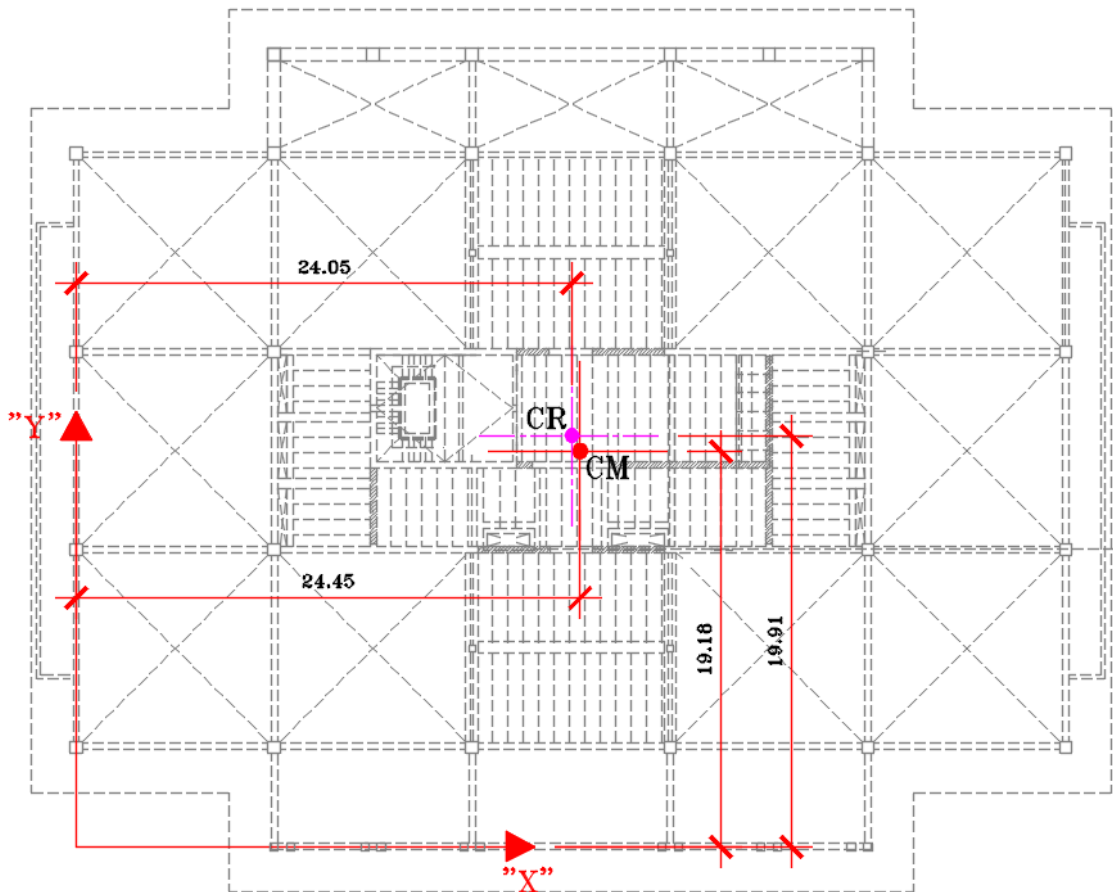
**Tabla 4.18: Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Este – Oeste. Tercer nivel.**

Eje	$R_{iy} (Ton/m)$	$x_i$ (m)	$R_{iy} x_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$x_{IT}$ (m)	$R_{iy} x_{IT}$ (Ton)	$R_{iy} x_{IT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsion (Ton)		Cortante Total (Ton)		$0.3x + y (Ton)$
								X	Y	X	Y	
A	16103.58	0.00	0.00	106.28	24.00	386430.13	9272984.37	7.53	-6.09	113.81	-6.09	28.05
B	506817.71	9.60	4865449.99	110.42	14.40	7296419.10	105043157.87	142.23	-114.98	252.64	-114.98	-39.19
B'	498595.60	14.40	7179776.60	89.51	9.60	4784790.40	45917411.22	93.27	-75.40	182.78	-75.40	-20.57
C	12282.55	19.20	235824.93	2.97	4.80	58913.68	282581.57	1.15	-0.93	4.12	-0.93	0.31
D	12282.55	28.80	353737.40	2.97	-4.80	-58998.78	283398.56	-1.15	0.93	1.82	0.93	1.48
D'	498595.60	33.60	16752812.07	89.51	-9.60	-4788245.00	45983741.26	-93.34	75.46	-3.83	75.46	74.31
E	506817.71	38.40	19461799.94	110.42	-14.40	-7299931.00	105144293.65	-142.30	115.04	-31.88	115.04	105.47
F	15805.16	48.00	758647.84	3.71	-24.00	-379378.70	9106402.60	-7.40	5.98	-3.68	5.98	4.87

**Tabla 4.19: Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Norte – Sur. Tercer nivel.**

#### 4.7 Cuarto Nivel.

##### 4.7.1 Centro de Masas.



**Imagen 4.5:** Centro de masa y rigidez de planta de cuarto nivel.

El centro de masas fue determinado a partir de la geometría de la losa, lográndose encontrar en los siguientes puntos:

$$X = 24.45 \text{ m}$$

$$Y = 19.18 \text{ m}$$

##### 4.7.2 Centro de Rigidez.

$$X_T = 24.05 \text{ m}$$

$$Y_T = 19.91 \text{ m}$$

#### 4.7.3 Excentricidad en ambas direcciones.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e_c = X - X_T$$

$$e_c = 24.45 - 24.05$$

$$e_c = 0.40$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Este – Oeste (X)

$$e = 1.5 e_c + 0.1 b$$

$$e = 1.5(0.40) + 0.1(38.4)$$

$$\mathbf{e = 4.44 \text{ m}}$$

$$e = e_c - 0.1 b$$

$$e = (0.40) - 0.1(38.4)$$

$$e = -3.44 \text{ m}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual 4.44 m.

- Excentricidad calculada con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e_c = 19.18 - 19.91$$

$$e_c = -0.73 \text{ m}$$

- Excentricidad de diseño con respecto a la dirección Norte – Sur (Y)

$$e = 1.5(-0.73) + 0.1(48.00)$$

$$e = 3.71 \text{ m}$$

$$e = (-0.73) - 0.1(48.00)$$

$$\mathbf{e = -5.53 \text{ m}}$$

Para encontrar el valor del momento de torsión en la misma dirección se tomará la excentricidad de diseño igual -5.14 m.

#### 4.7.4 Momento de Torsión en ambas.

$$M_{Tx} = 326.21 * 4.44$$

$$\mathbf{M_{Tx} = 1448.37 \text{ ton} - \text{m}}$$

$$M_{Ty} = 326.21 * -5.53$$

$$\mathbf{M_{Ty} = -1803.94 \text{ ton} - \text{m}}$$

Estos son los momentos que actúan de manera puntual en el centro de rigidez del nivel.

#### 4.7.5 Cortante por Torsión en ambas direcciones.

Como resultado del cálculo, se obtuvieron los cortantes totales en el entrepiso.

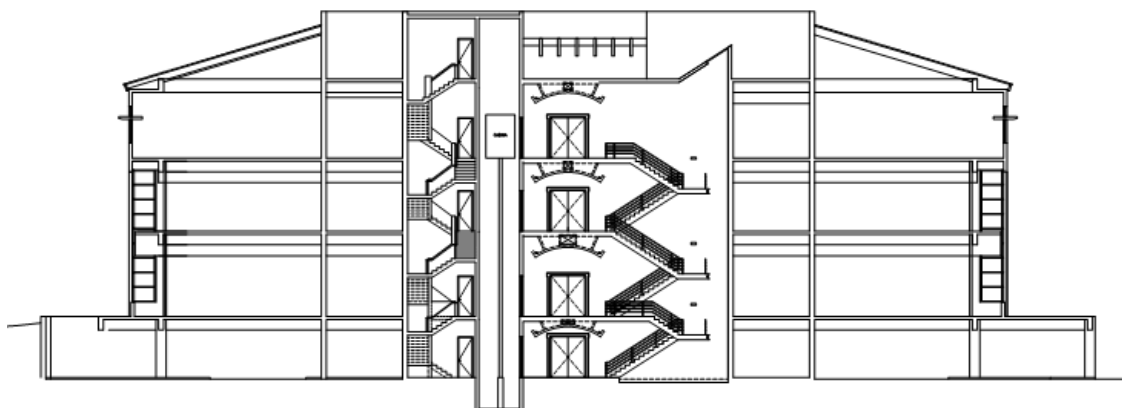
Eje	$R_{iy}$ (Ton/m)	$x_i$ (m)	$R_{iy}x_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$x_{iT}$ (m)	$R_{iy}x_{iT}$ (Ton)	$R_{iy}x_{iT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsión (Ton)			Cortante Total (Ton)			$0.3x + y$ (Ton)
								X	Y		X	Y		
A	16103.58	0.00	0.00	106.28	24.00	386430.13	9272984.37	7.53	-6.09	113.81	-6.09	28.05		
B	506817.71	9.60	4865449.99	110.42	14.40	7296419.10	105043157.87	142.23	-114.98	252.64	-114.98	-39.19		
B'	498595.60	14.40	7179776.60	89.51	9.60	4784790.40	45917411.22	93.27	-75.40	182.78	-75.40	-20.57		
C	12282.55	19.20	235824.93	2.97	4.80	58913.68	282581.57	1.15	-0.93	4.12	-0.93	0.31		
D	12282.55	28.80	353737.40	2.97	-4.80	-58998.78	283398.56	-1.15	0.93	1.82	0.93	1.48		
D'	498595.60	33.60	16752812.07	89.51	-9.60	-4788245.00	45983741.26	-93.34	75.46	-3.83	75.46	74.31		
E	506817.71	38.40	19461799.94	110.42	-14.40	-7299931.00	105144293.65	-142.30	115.04	-31.88	115.04	105.47		
F	15805.16	48.00	758647.84	3.71	-24.00	-379378.70	9106402.60	-7.40	5.98	-3.68	5.98	4.87		

**Tabla 4.20: Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Este – Oeste. Cuarto nivel.**

Eje	$R_{iy}$ (Ton/m)	$x_i$ (m)	$R_{iy}x_i$ (Ton)	Cortante Directo (Ton)	$x_{iT}$ (m)	$R_{iy}x_{iT}$ (Ton)	$R_{iy}x_{iT}^2$ (Ton*m)	Cortante por Torsión (Ton)			Cortante Total (Ton)			$0.3x + y$ (Ton)
								X	Y		X	Y		
A	13320.71	0.00	0.00	505.53	24.05	320427.99	7707855.75	0.95	-1.18	506.48	-1.18	150.76		
B	445732.58	9.60	4279032.73	525.22	14.45	6443009.38	93132905.43	19.04	-23.76	544.26	-23.76	139.51		
B'	428297.40	14.40	6167482.50	425.76	9.65	4135158.50	39924445.06	12.22	-15.25	437.98	-15.25	116.14		
C	10313.68	19.20	198022.62	14.12	4.85	50071.63	243091.60	0.15	-0.18	14.27	-0.18	4.10		
D	10313.68	28.80	297033.93	14.12	-4.75	-48939.67	232224.80	-0.14	0.18	13.98	0.18	4.37		
D'	428297.40	33.60	14390792.50	425.76	-9.55	-4088151.50	39021910.52	-12.08	15.08	413.68	15.08	139.18		
E	445732.58	38.40	17116130.90	525.22	-14.35	-6394088.80	91723992.90	-18.90	23.58	506.32	23.58	175.48		
F	17435.18	48.00	836888.63	17.65	-23.95	-417487.53	9996790.42	-1.23	1.54	16.42	1.54	6.47		

**Tabla 4.21: Fuerza Cortante por Torsión en la dirección Norte – Sur. Cuarto nivel.**

#### 4.8 Análisis dinámico en la dirección este – oeste.

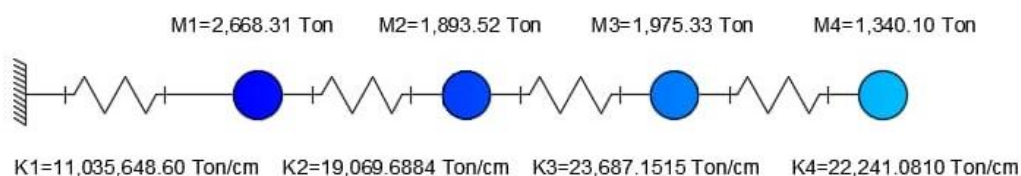


**Imagen 4.6:** Corte longitudinal del edificio El Centro 1.

La dirección en análisis es la más larga, presentando una mayor rigidez que el lado corto. En la siguiente tabla se especifica un resumen de los pesos y rigideces calculados en la dirección de análisis, obtenidos del análisis estructural realizado mediante procedimientos manuales a la edificación:

<i>Nivel</i>	<i>Peso (Ton)</i>	<i>Rigidez (Ton/cm)</i>
4	1340.10	22241.0810
3	1975.33	23687.1515
2	1893.52	19069.6884
1	2668.31	11035648.60

**Tabla 4.22:** Pesos y rigideces dirección longitudinal.



**Imagen 4.6:** Modelo discretizado en donde observamos las masas y las rigideces.

#### 4.8.1 Masas y Matriz de Masas.

Con la tabla anterior se pueden obtener las masas que actúan en cada entrespiso, dividiendo los pesos entre la gravedad:

$$m_1 = \frac{2668.31 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 2.720 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}} \quad m_3 = \frac{1975.33 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 2.014 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

$$m_2 = \frac{1893.52 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 1.930 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}} \quad m_4 = \frac{1340.1 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 1.366 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

De tal manera que la matriz de masas para la edificación se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.93 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.366 \end{pmatrix} * \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}} \quad (\text{Ec. 4.22})$$

#### 4.8.2 Matriz de Rigidez.

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{pmatrix} \quad (\text{Ec. 4.23})$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 129426.1744 & -19069.6889 & 0 & 0 \\ -19069.6889 & 42756.8399 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 \end{pmatrix} * \frac{\text{Ton}}{\text{cm}}$$

#### 4.8.3 Planteando y resolviendo el determinante $|\mathbf{K} - \omega^2 * \mathbf{M}|$ .

$$\begin{vmatrix} 129426.1744 - 2.72\omega^2 & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\omega^2 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\omega^2 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$



Para simplificar el cálculo se sustituye  $\omega^2$  por  $\lambda$ :

$$\begin{vmatrix} 129426.1744 - 2.72\lambda & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\lambda & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\lambda & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Resolviendo el determinante simplificado, obtenemos la siguiente ecuación de grado “n”:

$$14.4846\lambda^4 - 1.5756 \times 10^6 \lambda^3 + 5.4374 \times 10^{10} \lambda^2 - 6.1635 \times 10^{14} \lambda + 1.1087 \times 10^{18} = 0$$

#### 4.8.4 Encontrando la frecuencia natural.

Los resultados obtenidos al resolver la ecuación anterior, corresponde a los valores de  $\lambda$  y estos a su vez representan los valores del cuadrado de la frecuencia natural de vibración que a continuación se enuncian:

$$\lambda_1 = \omega_1^2 = 2198.6522 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_3 = \omega_3^2 = 37623.3408 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_2 = \omega_2^2 = 18249.1178 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_4 = \omega_4^2 = 50704.6951 \text{ s}^{-2}$$

Sacando la raíz cuadrada a las expresiones anteriores se determina la frecuencia natural de vibración de la estructura:

$$\omega_1 = \sqrt{2198.6522} = 46.89 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_3 = \sqrt{37623.3408} = 193.967 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = \sqrt{18249.1178} = 135.089 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_4 = \sqrt{50704.6951} = 225.177 \text{ s}^{-1}$$

#### 4.8.5 Periodo fundamental en la dirección de análisis.

Una vez encontradas las frecuencias naturales de vibración, se encuentran el periodo fundamental, así como los periodos de vibración para cada modo, a través de la expresión matemática siguiente:

$$T = \frac{2\pi}{\omega^2} \quad (\text{Ec. 4.24})$$

$$T_1 = \frac{2\pi}{2198.6522} = 0.134 \text{ s}$$

$$T_3 = \frac{2\pi}{37623.3408} = 0.032 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{18249.1178} = 0.047 \text{ s}$$

$$T_4 = \frac{2\pi}{50704.6951} = 0.028 \text{ s}$$

#### 4.8.6 Desplazamientos relativos.

El cálculo matricial para determinar los desplazamientos relativos en el primer modo, están definidos por la siguiente expresión:

$$[K] - \omega^2[M] * Z = 0 \quad (\text{Ec. 4.25})$$

Donde Z es la matriz de vectores relativos.

#### Modo Fundamental:

$$\begin{bmatrix} 129426.1744 - 2.72\omega_1^2 & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\omega_1^2 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\omega_1^2 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\omega_1^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{11} \\ Z_{21} \\ Z_{31} \\ Z_{41} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al operar la expresión matricial anterior se obtienen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$123445.8404Z_{11} - 19069.6884Z_{21} = 0$$

$$-19069.6884Z_{11} + 38513.4411Z_{21} - 23687.1515Z_{31} = 0$$

$$-23687.1515Z_{21} + 41500.147Z_{31} - 22241.081Z_{41} = 0$$

$$-22241.081Z_{31} + 19228.9275Z_{41} = 0$$

Para resolver el sistema de ecuaciones presentado, se le dará un valor a  $Z_{11}$ , puesto que el sistema presenta igual número de ecuación e incógnitas. En nuestro caso  $Z_{11}$  será igual a 1. Al evaluar el valor de 1 en las ecuaciones anteriores, se obtienen los valores correspondientes de cada  $Z_{im}$ .

Para determinar el valor de  $Z_{21}$ , partimos de la igualdad establecida de  $Z_{11}$  a 1. Al resolver la ecuación obtenemos el valor de  $Z_{21}$ :

$$123445.8404 * (1) - 19069.6884Z_{21} = 0$$

$$Z_{21} = \frac{123445.8404}{19069.6884} = 6.4734$$

Con el valor de  $Z_{21}$  encontrado, se procede a encontrar el valor de  $Z_{31}$  en la ecuación siguiente:

$$-19069.6884 * (1) + 38513.4411(6.473) - 23687.1515Z_{31} = 0$$

$$Z_{31} = \frac{-19069.6884 + 38513.4411(6.4734)}{23687.1515} = 9.7202$$

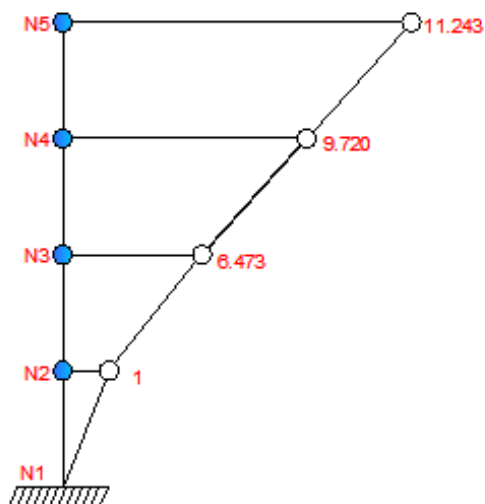
$$Z_{31} = \frac{247327.8158}{23687.1515} = 9.7202$$

Con el valor los valores de desplazamientos relativos encontrados anteriormente se proceden al cálculo de  $Z_{41}$ :

$$-22241.081Z_{31} + 19228.9275Z_{41} = 0$$

$$Z_{41} = \frac{22241.081(9.7202)}{19228.9275} = 11.243$$

El vector  $Z_1$  resultante, compuesto por los desplazamientos relativos de cada nivel, es:



$$Z_1 = \begin{pmatrix} Z_{11} \\ Z_{21} \\ Z_{31} \\ Z_{41} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 6.473 \\ 9.72 \\ 11.243 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.7:** Deformación del primer modo.  
Modo fundamental de la estructura.

## Segundo Modo:

$$\begin{bmatrix} 129426.1744 - 2.72\omega_2^2 & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\omega_2^2 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\omega_2^2 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\omega_2^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{22} \\ Z_{32} \\ Z_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al operar la expresión matricial anterior se obtienen el siguiente sistema de ecuaciones:

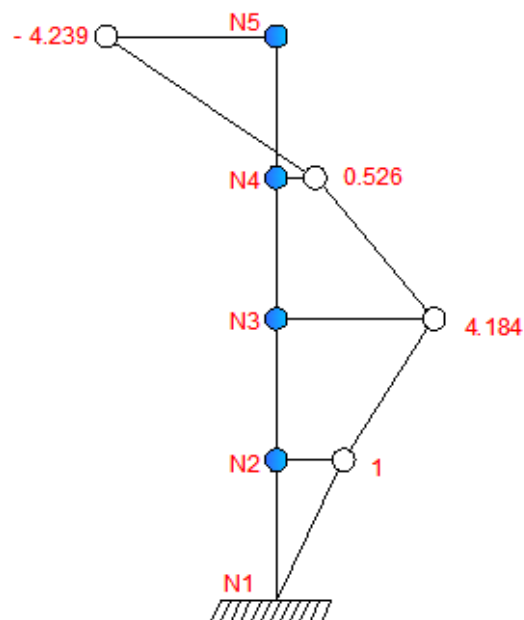
$$79788.574Z_{12} - 19069.6884Z_{22} = 0$$

$$-19069.6884Z_{12} + 7536.0425Z_{22} - 23687.1515Z_{32} = 0$$

$$-23687.1515Z_{22} + 9174.5092Z_{32} - 22241.081Z_{42} = 0$$

$$-22241.081Z_{32} - 2760.21034Z_{42} = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior se obtienen los valores de  $Z_{im}$  partiendo de que  $Z_{12}$  es igual a 1.



$$Z_2 = \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{22} \\ Z_{32} \\ Z_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 4.184 \\ 0.526 \\ -4.239 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.8:** Deformación del segundo modo.

### Tercer Modo:

$$\begin{bmatrix} 129426.1744 - 2.72\omega_3^2 & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\omega_3^2 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\omega_3^2 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\omega_3^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al resolver la expresión anterior se obtienen las siguientes ecuaciones:

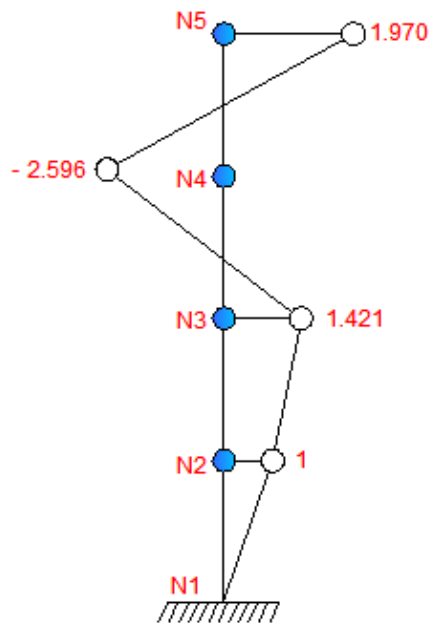
$$27090.6873Z_{13} - 19069.6884Z_{23} = 0$$

$$-19069.6884Z_{13} - 29856.2079Z_{23} - 23687.1515Z_{33} = 0$$

$$-23687.1515Z_{23} - 29845.176Z_{33} - 22241.081Z_{43} = 0$$

$$-22241.081Z_{33} - 29302.896Z_{43} = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior se obtienen los valores de  $Z_{im}$  partiendo de que  $Z_{13}$  es igual a 1.



$$Z_3 = \begin{pmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.421 \\ -2.596 \\ 1.97 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.9:** Deformación del tercer modo.

#### Cuarto Modo:

$$\begin{bmatrix} 129426.1744 - 2.72\omega_4^2 & -19069.6884 & 0 & 0 \\ -19069.6884 & 42756.8399 - 1.93\omega_4^2 & -23687.1515 & 0 \\ 0 & -23687.1515 & 45928.2325 - 2.014\omega_4^2 & -22241.081 \\ 0 & 0 & -22241.081 & 22241.081 - 1.37\omega_4^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{14} \\ Z_{24} \\ Z_{34} \\ Z_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al resolver la expresión anterior se obtienen las siguientes ecuaciones:

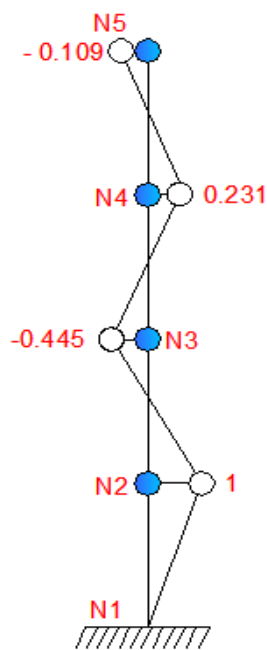
$$-8490.5963Z_{13} - 19069.6884Z_{23} = 0$$

$$-19069.6884Z_{13} - 55103.2216Z_{23} - 23687.1515Z_{33} = 0$$

$$-23687.1515Z_{23} - 56191.0234Z_{33} - 22241.081Z_{43} = 0$$

$$-22241.081Z_{33} - 47224.3513Z_{43} = 0$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones anterior se obtienen los valores de  $Z_{im}$  partiendo de que  $Z_{14}$  es igual a 1.



$$Z_4 = \begin{pmatrix} Z_{14} \\ Z_{24} \\ Z_{34} \\ Z_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.445 \\ 0.231 \\ -0.109 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.10:** Deformación del cuarto modo.

#### 4.8.7 Ortogonalidad respecto a las Matrices de Rigidez y de Masa.

Al verificar si los vectores encontrados son ortogonales tanto con respecto a la matriz de masa como a la matriz de rigidez, encontramos que efectivamente los vectores son ortogonales en ambos casos.

$$\mathbf{Z}_j^T \mathbf{K} \mathbf{Z}_r \cong 0 \quad (\text{Ec. 4.26 a})$$

$$\mathbf{Z}_j^T \mathbf{M} \mathbf{Z}_r \cong 0 \quad (\text{Ec. 4.26 b})$$

- *Ortogonalidad con respecto a la matriz de rigideces:*

$$\mathbf{Z}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 4.184 \\ 0.526 \\ -4.239 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 1.294 \times 10^5 & -1.907 \times 10^4 & 0 & 0 \\ -1.907 \times 10^4 & 4.276 \times 10^4 & -2.369 \times 10^4 & 0 \\ 0 & -2.369 \times 10^4 & 4.593 \times 10^4 & -2.224 \times 10^4 \\ 0 & 0 & -2.224 \times 10^4 & 2.224 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_1^T = (1 \quad 6.440 \quad 9.543 \quad 11.225)$$

Con las definiciones matriciales anteriores, resolvemos la ecuación 4.26a:

$$\mathbf{Z}_1^T * \mathbf{K} * \mathbf{Z}_4 = -6.471 \times 10^{-3}$$

- *Ortogonalidad con respecto a la matriz de masa:*

$$\mathbf{Z}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.445 \\ 0.231 \\ -0.109 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.93 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.366 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_2^T = (1 \quad 4.184 \quad 0.526 \quad -4.239)$$

Con las definiciones matriciales anteriores, resolvemos la ecuación 4.26b:

$$\mathbf{Z}_2^T * \mathbf{M} * \mathbf{Z}_4 = -2.4 \times 10^{-3}$$

Las ecuaciones anteriores nos indican los productos matriciales cuyo resultado debe ser aproximadamente cero. Hay que mencionar que para todos los casos se comprobaron dichas ortogonalidades y obteniéndose resultados de aproximadamente cero.

#### 4.8.8 Normalización de los vectores de desplazamientos relativos.

Los modos de vibración pueden multiplicarse por un factor constante sin alterarse, por ello es habitual normalizarlos de distintas formas:

$$\phi_{11} = \frac{Z_{im}}{\sqrt{\sum m_i z_{im}^2}} \quad (\text{Ec. 4.27})$$

$$\phi_{11} = \frac{1}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * 6.473^2) + (2.014 * 9.72^2) + (1.366 * 11.243^2)}}$$

$$\phi_{11} = 0.0474$$

$$\phi_{12} = \frac{6.473}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * 6.473^2) + (2.014 * 9.72^2) + (1.366 * 11.243^2)}}$$

$$\phi_{12} = 0.3064$$

$$\phi_{13} = \frac{9.72}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * 6.473^2) + (2.014 * 9.72^2) + (1.366 * 11.243^2)}}$$

$$\phi_{13} = 0.4600$$

$$\phi_{14} = \frac{11.243}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * 6.473^2) + (2.014 * 9.72^2) + (1.366 * 11.243^2)}}$$

$$\phi_1 = 0.5320$$

De manera similar se normalizan los vectores de desplazamientos relativos para los modos restantes

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
<b>Φ1</b>	0.0474	0.1276	0.1990	0.5577
<b>Φ2</b>	0.3064	0.3064	0.2826	-0.2476
<b>Φ3</b>	0.4600	0.0679	-0.5152	0.1259
<b>Φ4</b>	0.5320	-0.5392	0.3863	-0.0532

**Tabla 4.23:** Vectores de desplazamientos relativos normalizados.



#### 4.8.9 Factor de Participación de Modal.

Para encontrar el factor de Participación de Masas, se utilizan los vectores de desplazamiento relativos ( $Z_m$ ), así como los pesos de cada entre piso. Para realizar el cálculo aplicamos la ecuación 23 del Reglamento Nacional de la Construcción (RNC-07):

$$\alpha_i = \frac{\sum_{i=1}^n (W_i Z_{im})}{\sum_{i=1}^n (W_i (Z_{im})^2)} \quad (\text{Ec. 4.28})$$

$$\alpha_1 = \frac{W_1 Z_{11} + W_2 Z_{21} + W_3 Z_{31} + W_4 Z_{41}}{W_1 Z_{11}^2 + W_2 Z_{21}^2 + W_3 Z_{31}^2 + W_4 Z_{41}^2} = 0.112$$

$$\alpha_2 = \frac{W_1 Z_{12} + W_2 Z_{22} + W_3 Z_{32} + W_4 Z_{42}}{W_1 Z_{12}^2 + W_2 Z_{22}^2 + W_3 Z_{32}^2 + W_4 Z_{42}^2} = 0.098$$

$$\alpha_3 = \frac{W_1 Z_{13} + W_2 Z_{23} + W_3 Z_{33} + W_4 Z_{43}}{W_1 Z_{13}^2 + W_2 Z_{23}^2 + W_3 Z_{33}^2 + W_4 Z_{43}^2} = 0.115$$

$$\alpha_4 = \frac{W_1 Z_{14} + W_2 Z_{24} + W_3 Z_{34} + W_4 Z_{44}}{W_1 Z_{14}^2 + W_2 Z_{24}^2 + W_3 Z_{34}^2 + W_4 Z_{44}^2} = 0.675$$

#### 4.8.10 Ordenada Espectral de Aceleración.

En este cálculo se encontrará una ordenada para cada modo de vibrar. Se utilizarán las ecuaciones del artículo 27, inciso a) que aparecen en la reglamentación vigente (RNC -07) descritas a continuación:

$$a = \begin{cases} S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T}{T_a} \right] & \text{si } T < T_a \\ Sd & \text{si } T_a \leq T \leq T_b \\ Sd \left( \frac{T_b}{T} \right) & \text{si } T_b \leq T \leq T_c \\ Sd \left( \frac{T_b}{T_c} \right) \left( \frac{T_c}{T} \right)^2 & \text{si } T > T_c \end{cases}$$

El factor de amplificación por tipo de suelo ( $S$ ) es igual a 1.5. La aceleración máxima del terreno que corresponde a un valor de aceleración espectral cuando el periodo es nulo ( $a_0$ ) será igual a 0.31. El valor del periodo estructural que limita la parte ascendente del espectro de diseño ( $T_a$ ) es igual a 0.1 segundo. El

valor del periodo estructural que limita la parte plana del espectro de diseño ( $T_b$ ) es igual a 0.6 segundos. El valor del periodo estructural que define un cambio en el régimen descendente del espectro de diseño ( $T_c$ ) es igual a 2 segundos. El parámetro “d” está definido como 2.7 de  $a_0$ , es decir que tendrá el valor de 0.837. El periodo de cada uno de los modos será evaluado como T para encontrar la aceleración espectral en cada modo.

**Primer Modo:** al evaluar en las ecuaciones anteriores para el período fundamental de vibración de la estructura se puede apreciar que la segunda expresión es la valida, ya que dicho periodo ( $T_1=0.134s$ ) se encuentra entre el intervalo de 0.1 y 0.6 segundos que corresponde a  $T_a$  y  $T_b$  respectivamente. Al desarrollar el cálculo obtenemos:

$$a_1 = Sd = 1.5 * 0.837 = 1.256g$$

**Segundo Modo:** al evaluar en las ecuaciones anteriores para el segundo período vibración de la estructura se aprecia que la primera expresión es la valida, ya que dicho periodo ( $T_2 = 0.047s$ ) es menor de 0.1 segundos que corresponde a  $T_a$ . Al desarrollar el cálculo obtenemos:

$$a_2 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_2}{T_a} \right]$$

$$a_2 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.047}{0.1} \right] = 0.833g$$

**Tercer Modo:** de igual manera cuando evaluamos en las ecuaciones anteriores para el tercer período vibración de la estructura se aprecia que la primera expresión es la valida, ya que dicho periodo ( $T_3 = 0.032s$ ) es menor de 0.1 segundos que corresponde a  $T_a$ . Al desarrollar el cálculo obtenemos:

$$a_3 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_3}{T_a} \right]$$

$$a_3 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.032}{0.1} \right] = 0.721g$$

**Cuarto Modo:** cuando se evalúa en las ecuaciones anteriores para el cuarto período vibración de la estructura se aprecia que la primera expresión es la

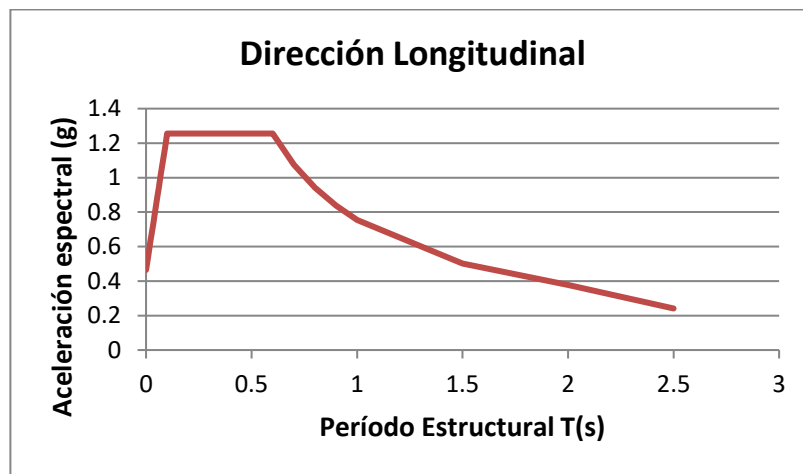
valida, ya que dicho periodo ( $T_4 = 0.028s$ ) es menor de 0.1 segundos que corresponde a  $T_a$ . Al desarrollar el cálculo obtenemos:

$$a_4 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_3}{T_a} \right]$$

$$a_4 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.028}{0.1} \right] = 0.686g$$

#### 4.8.11 Espectro de Diseño.

Con los datos anteriores procedemos a construir el espectro de diseño para la dirección Este – Oeste y como resultado obtuvimos el siguiente gráfico:



#### 4.8.12 Aceleración Espectral.

La aceleración espectral, es el valor máximo de la aceleración absoluta producida por un temblor. Para calcularla utilizaremos la ecuación definida en el art. 33 del RNC-07:

$$A_m = \frac{ag}{\Omega Q'} \quad (\text{Ec. 4.29})$$

$$A_1 = \frac{a_1 g}{\Omega Q'} = \frac{1.256 * 981}{2 * 3.6} = 171.062$$

$$A_3 = \frac{a_3 g}{\Omega Q'} = \frac{0.721 * 981}{2 * 3.6} = 98.245$$

$$A_2 = \frac{a_2 g}{\Omega Q'} = \frac{0.833 * 981}{2 * 3.6} = 113.452$$

$$A_4 = \frac{a_4 g}{\Omega Q'} = \frac{0.686 * 981}{2 * 3.6} = 93.41$$

#### 4.8.13 Desplazamientos Máximos.

Los desplazamientos máximos son los que se producen a partir del movimiento lateral y serán medidos desde el origen en la base del edificio hasta el punto en donde se encuentra la proyección de los diferentes entrepisos en el nivel más bajo. La expresión matemática utilizada es:

$$U_{im} = \frac{A_m \alpha_m}{\omega_m^2} Z_{im} \quad (\text{Ec. 4.30})$$

##### Primer Modo:

$$U_{11} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{11} = \frac{171.062 * 0.112}{2198.6522^2} * 1 = 0.0087 \text{ cm}$$

$$U_{21} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{21} = \frac{171.062 * 0.112}{2198.6522^2} * 6.463 = 0.0566 \text{ cm}$$

$$U_{31} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{31} = \frac{171.062 * 0.112}{2198.6522^2} * 9.720 = 0.0849 \text{ cm}$$

$$U_{41} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{41} = \frac{171.062 * 0.112}{2198.6522^2} * 11.243 = 0.0982 \text{ cm}$$

##### Segundo Modo:

$$U_{12} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{12} = \frac{113.452 * 0.098}{18249.1178^2} * 1 = 0.0006 \text{ cm}$$

$$U_{22} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{22} = \frac{113.452 * 0.098}{18249.1178^2} * 4.1841 = 0.0026 \text{ cm}$$

$$U_{32} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{32} = \frac{113.452 * 0.098}{18249.1178^2} * 0.5255 = 0.0003 \text{ cm}$$

$$U_{42} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{42} = \frac{113.452 * 0.098}{18249.1178^2} * -4.2392 = -0.0026 \text{ cm}$$

### Tercer Modo:

$$U_{13} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{13} = \frac{98.245 * 0.115}{37623.3408^2} * 1 = 0.0003 \text{ cm}$$

$$U_{23} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{23} = \frac{98.245 * 0.115}{37623.3408^2} * 1.421 = 0.00043 \text{ cm}$$

$$U_{33} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{33} = \frac{98.245 * 0.115}{37623.3408^2} * -2.596 = -0.00078 \text{ cm}$$

$$U_{43} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{43} = \frac{98.245 * 0.115}{37623.3408^2} * 1.969 = 0.00059 \text{ cm}$$

### Cuarto Modo:

$$U_{14} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{14} = \frac{93.41 * 0.675}{50704.6951^2} * 1 = 0.00124 \text{ cm}$$

$$U_{24} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{24} = \frac{93.41 * 0.675}{50704.6951^2} * -0.4452 = -0.00055 \text{ cm}$$

$$U_{34} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{34} = \frac{93.41 * 0.675}{50704.6951^2} * 0.2308 = 0.00029 \text{ cm}$$

$$U_{44} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{44} = \frac{93.41 * 0.675}{50704.6951^2} * -0.1088 = -0.00014 \text{ cm}$$

#### 4.8.14 Desplazamientos de cada Entrepiso.

Los desplazamientos de cada entrepiso son los medidos a partir del extremo del entrepiso inmediatamente inferior. Es decir que es la longitud horizontal que cada nivel recorre. Su cálculo será determinado de la siguiente manera:

$$\Delta_{im} = U_{jm} - U_{im} \quad (\text{Ec. 4.31})$$

### Primer Modo:

$$\Delta_{11} = U_{11} - 0 = 0.00874 - 0 = 0.00874$$

$$\Delta_{21} = U_{21} - U_{11} = 0.05656 - 0.00874 = 0.04782$$

$$\Delta_{31} = U_{31} - U_{21} = 0.08493 - 0.05656 = 0.02837$$

$$\Delta_{41} = U_{41} - U_{31} = 0.09823 - 0.08493 = 0.0133$$

### **Segundo Modo:**

$$\Delta_{12} = U_{12} - 0 = 0.00061 - 0 = 0.00061$$

$$\Delta_{22} = U_{22} - U_{12} = 0.00256 - 0.00061 = 0.00195$$

$$\Delta_{32} = U_{32} - U_{22} = 0.00032 - 0.00256 = -0.00224$$

$$\Delta_{42} = U_{42} - U_{32} = -0.00259 - 0.00032 = -0.00291$$

### **Tercer Modo:**

$$\Delta_{13} = U_{31} - 0 = 0.0003 - 0 = 0.0003$$

$$\Delta_{23} = U_{23} - U_{13} = 0.00043 - 0.0003 = 0.00013$$

$$\Delta_{33} = U_{33} - U_{23} = -0.00078 - 0.00043 = -0.00121$$

$$\Delta_{43} = U_{43} - U_{33} = 0.00133 + 0.00078 = 0.00211$$

### **Cuarto Modo:**

$$\Delta_{14} = U_{34} - 0 = 0.00124 - 0 = 0.00124$$

$$\Delta_{24} = U_{24} - U_{14} = -0.00055 - 0.00124 = -0.00179$$

$$\Delta_{34} = U_{34} - U_{24} = 0.00029 + 0.00055 = 0.00084$$

$$\Delta_{44} = U_{44} - U_{34} = -0.00014 + 0.00029 = 0.00043$$

#### **4.8.15 Fuerzas Laterales.**

La fuerza lateral, es la fuerza que se produce producto de un movimiento horizontal. Será calculada utilizando la ecuación siguiente expresión:

$$F_{im} = K_i \Delta_{im} \quad (\text{Ec. 4.32})$$

**Primer Modo:**

$$F_{11} = K_1 \Delta_{11} = 69601.3381 * 0.00874 = 964.2353 \text{ Ton}$$

$$F_{21} = K_2 \Delta_{21} = 17510.1003 * 0.04782 = 911.9826 \text{ Ton}$$

$$F_{31} = K_3 \Delta_{31} = 22939.5474 * 0.02837 = 671.9471 \text{ Ton}$$

$$F_{41} = K_4 \Delta_{41} = 19535.8433 * 0.0133 = 295.9524 \text{ Ton}$$

**Segundo Modo:**

$$F_{12} = K_1 \Delta_{12} = 69601.3381 * 0.00061 = 67.5114 \text{ Ton}$$

$$F_{22} = K_2 \Delta_{22} = 17510.1003 * 0.00195 = 37.1454 \text{ Ton}$$

$$F_{32} = K_3 \Delta_{32} = 22939.5474 * -0.00224 = -53.016 \text{ Ton}$$

$$F_{42} = K_4 \Delta_{42} = 19535.8433 * -0.00291 = -64.8283 \text{ Ton}$$

**Tercer Modo:**

$$F_{13} = K_1 \Delta_{13} = 69601.3381 * 0.0003 = 33.0688 \text{ Ton}$$

$$F_{23} = K_2 \Delta_{23} = 17510.1003 * 0.00013 = 2.4036 \text{ Ton}$$

$$F_{33} = K_3 \Delta_{33} = 22939.5474 * -0.00121 = -28.5108 \text{ Ton}$$

$$F_{43} = K_4 \Delta_{43} = 19535.8433 * 0.00211 = 30.4243 \text{ Ton}$$

**Cuarto Modo:**

$$F_{14} = K_1 \Delta_{14} = 69601.3381 * 0.00124 = 137.1824 \text{ Ton}$$

$$F_{24} = K_2 \Delta_{24} = 17510.1003 * -0.00179 = -34.2591 \text{ Ton}$$

$$F_{34} = K_3 \Delta_{34} = 22939.5474 * 0.00084 = 19.9058 \text{ Ton}$$

$$F_{44} = K_4 \Delta_{44} = 19535.8433 * 0.00043 = -9.3887 \text{ Ton}$$

Las fuerzas laterales máximas actuantes en cada entrepiso, serán determinadas mediante la fórmula de la raíz cuadrada de la sumatoria del cuadrado de las fuerzas que actúan en el nivel “i”.

$$F_i = \sqrt{\sum F_{im}^2} \quad (\text{Ec. 4.33})$$

$$F_1 = \sqrt{964.2353^2 + 67.5114^2 + 33.0688^2 + 137.1824^2} = 976.84.19 \text{ Ton}$$

$$F_2 = \sqrt{911.9826^2 + 37.1454^2 + 2.4036^2 + (-34.2591)^2} = 913.3847 \text{ Ton}$$

$$F_3 = \sqrt{671.9471^2 + (-53.016)^2 + (-28.5108)^2 + 19.9058^2} = 674.932 \text{ Ton}$$

$$F_4 = \sqrt{295.9524^2 + (-64.8283)^2 + 30.4243^2 + (-9.3887)^2} = 304.638 \text{ Ton}$$

#### 4.8.16 Fuerzas Cortantes.

La fuerza cortante de cada entrepiso será la resultante de la sumatoria de las fuerzas laterales desde entrepiso más alto hasta llegar a la base del edificio.

##### Primer Modo:

$$V_{41} = F_{41} = 295.9524 \text{ Ton}$$

$$V_{31} = V_{41} + F_{31} = 295.9524 + 671.9471 = 967.8994 \text{ Ton}$$

$$V_{21} = V_{31} + F_{21} = 671.9471 + 911.9826 = 1881.7681 \text{ Ton}$$

$$V_{11} = V_{21} + F_{11} = 911.9826 + 964.2353 = 2844.1174 \text{ Ton}$$

##### Segundo Modo:

$$V_{42} = F_{42} = -64.8283 \text{ Ton}$$

$$V_{32} = V_{42} + F_{32} = -64.8283 - 53.016 = -117.8443 \text{ Ton}$$

$$V_{22} = V_{32} + F_{22} = -117.8443 + 37.1454 = -80.6990 \text{ Ton}$$

$$V_{12} = V_{22} + F_{12} = 80.6990 + 67.5114 = -13.1875 \text{ Ton}$$

##### Tercer Modo:

$$V_{43} = F_{43} = 30.4243 \text{ Ton}$$

$$V_{33} = V_{43} + F_{33} = 30.4243 - 28.5108 = 1.9135 \text{ Ton}$$



$$V_{23} = V_{33} + F_{23} = 1.9135 + 2.4036 = 4.3172 \text{ Ton}$$

$$V_{13} = V_{23} + F_{13} = 4.3172 + 33.0688 = 37.3860 \text{ Ton}$$

#### Cuarto Modo:

$$V_{44} = F_{44} = -9.3887 \text{ Ton}$$

$$V_{34} = V_{44} + F_{34} = -9.3887 + 19.9058 = 10.5171 \text{ Ton}$$

$$V_{24} = V_{34} + F_{24} = 10.5171 - 34.2591 = -23.7420 \text{ Ton}$$

$$V_{14} = V_{24} + F_{14} = -23.7420 + 137.1824 = 113.4404 \text{ Ton}$$

Al igual que el punto anterior, para obtener la fuerza cortante en cada nivel se utiliza la siguiente expresión:

$$V_i = \sqrt{\sum V_{im}^2} \quad (\text{Ec. 4.34})$$

$$V_4 = \sqrt{295.9524^2 + (-64.8283)^2 + 30.4243^2 + (-9.3887)^2} = 304.6380 \text{ Ton}$$

$$V_3 = \sqrt{967.8994^2 + (-117.8443)^2 + 1.9135^2 + 10.5171^2} = 975.1056 \text{ Ton}$$

$$V_2 = \sqrt{1881.7681^2 + (-80.6990)^2 + 4.3172^2 + (-23.7420)^2} = 1881.7681 \text{ Ton}$$

$$V_1 = \sqrt{2844.1174^2 + (-13.1875)^2 + 37.3860^2 + 113.4404^2} = 2846.6549 \text{ Ton}$$

#### 4.8.17 Factor de Participación de Masas.

Para determinar este factor se utiliza la ecuación 24 del RNC-07, definida a continuación:

$$\bar{\alpha}_i = \frac{[\sum_{i=1}^n (W_i Z_{im})]^2}{[\sum_{i=1}^n (W_i (Z_{im})^2)]} * \frac{1}{\sum_{i=1}^n (W_i)} \quad (\text{Ec. 4.35})$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{(W_1 Z_{11} + W_2 Z_{21} + W_3 Z_{31} + W_4 Z_{41})^2}{W_1 Z_{11}^2 + W_2 Z_{21}^2 + W_3 Z_{31}^2 + W_4 Z_{41}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.7013$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{(W_1 Z_{12} + W_2 Z_{22} + W_3 Z_{32} + W_4 Z_{42})^2}{W_1 Z_{12}^2 + W_2 Z_{22}^2 + W_3 Z_{32}^2 + W_4 Z_{42}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.0743$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{(W_1 Z_{13} + W_2 Z_{23} + W_3 Z_{33} + W_4 Z_{43})^2}{W_1 Z_{13}^2 + W_2 Z_{23}^2 + W_3 Z_{33}^2 + W_4 Z_{43}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.0418$$

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{(W_1 Z_{14} + W_2 Z_{24} + W_3 Z_{34} + W_4 Z_{44})^2}{W_1 Z_{14}^2 + W_2 Z_{24}^2 + W_3 Z_{34}^2 + W_4 Z_{44}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.1829$$

#### 4.8.18 Cortante Basal.

El cortante basal es la máxima fuerza de corte que se desarrollara en el edificio.

Para determinarlo, se utiliza la ecuación 22 del RNC-07, definida a continuación:

$$S_m = \frac{A_m}{g} \bar{\alpha}_m \sum_{i=1}^n W_i \quad (\text{Ec.4.36})$$

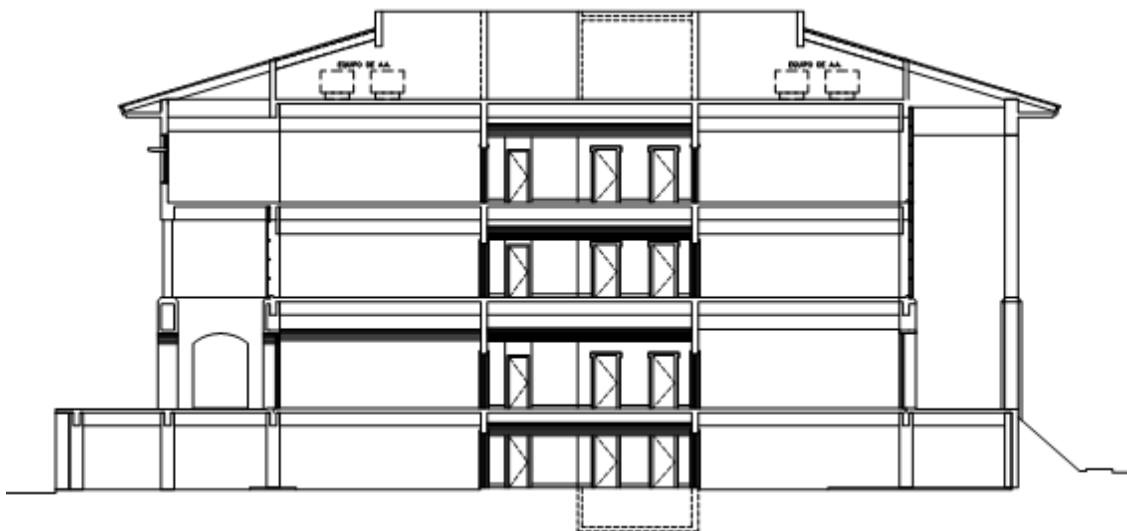
$$S_1 = \frac{171.062}{981} 0.7013 * (2668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 963.3307 \text{ Ton}$$

$$S_2 = \frac{113.452}{981} 0.0743 * (2668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 67.6895 \text{ Ton}$$

$$S_3 = \frac{98.245}{981} 0.0418 * (2668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 32.9675 \text{ Ton}$$

$$S_4 = \frac{93.41}{981} 0.1829 * (2668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 137.2058 \text{ Ton}$$

#### 4.9 Análisis dinámico en la dirección norte – sur.

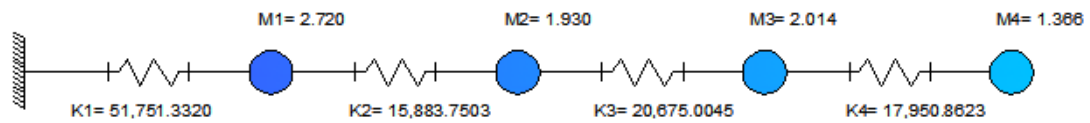


**Imagen 4.11:** Corte transversal del edificio El Centro 1.

La dirección que trataremos a continuación es la más corta del edificio. En la siguiente tabla se especifica un resumen de los pesos y rigideces en la dirección de análisis, obtenido del análisis estructural realizado:

Nivel	Pesos (Ton)	Rigidez (Ton/cm)
4	1340.10	17963.1562
3	1975.33	20731.5194
2	1893.52	15906.9601
1	2668.31	51751.3320

**Tabla 4.24:** Pesos y rigideces dirección transversal.



**Imagen 4.12:** Modelo discretizado en donde observamos las masas y las rigideces.

#### 4.9.1 Masas y Matriz de Masas.

$$m_1 = \frac{2668.31 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 2.720 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

$$m_3 = \frac{1975.33 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 2.014 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

$$m_2 = \frac{1893.52 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 1.930 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

$$m_4 = \frac{1340.1 \text{ Ton}}{981 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} = 1.366 \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

De tal manera que la matriz de masas para la edificación se define de la siguiente manera:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} m_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & m_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.93 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.366 \end{pmatrix} * \frac{\text{Ton} * \text{s}}{\text{cm}}$$

#### 4.9.2 Matriz de Rigidez en la dirección Norte – Sur.

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} K_1 + K_2 & -K_2 & 0 & 0 \\ -K_2 & K_2 + K_3 & -K_3 & 0 \\ 0 & -K_3 & K_3 + K_4 & -K_4 \\ 0 & 0 & -K_4 & K_4 \end{pmatrix} \quad (\text{Ec. 4.23})$$

$$\mathbf{K} = \begin{pmatrix} 67658.292 & -15906.96 & 0 & 0 \\ -15906.96 & 36638.479 & -20731.519 & 0 \\ 0 & -20731.519 & 38694.676 & -17963.156 \\ 0 & 0 & -17963.156 & 17963.156 \end{pmatrix} * \frac{\text{Ton}}{\text{cm}}$$

#### 4.9.3 Planteando y resolviendo el determinante $|\mathbf{K} - \omega^2 * \mathbf{M}|$ .

$$\begin{vmatrix} 67658.292 - 2.72\omega^2 & -15906.96 & 0 & 0 \\ -15906.96 & 36638.479 - 1.93\omega^2 & -20731.519 & 0 \\ 0 & -20731.519 & 38694.676 - 2.014\omega^2 & -17963.156 \\ 0 & 0 & -17963.156 & 17963.156 - 1.37\omega^2 \end{vmatrix} = 0$$

Para simplificar el cálculo se sustituye  $\omega^2$  por  $\lambda$ :

$$\begin{vmatrix} 67658.262 - 2.72\lambda & -15906.96 & 0 & 0 \\ -15906.96 & 36638.479 - 1.93\lambda & -20731.519 & 0 \\ 0 & -20731.519 & 38694.676 - 2.014\lambda & -17963.156 \\ 0 & 0 & -17963.156 & 17963.156 - 1.37\lambda \end{vmatrix} = 0$$

Resolviendo el determinante simplificado, obtenemos la siguiente ecuación de grado “n”:

$$14.4846\lambda - 1.1035 \times 10^6 \lambda^3 + 2.7029 \times 10^{10} \lambda^2 - 2.2342 \times 10^{14} \lambda + 3.0656 \times 10^{17} = 0$$

#### 4.9.4 Encontrando la frecuencia natural.

Los resultados obtenidos corresponden a los valores de  $\lambda$  y estos a su vez representan los valores del cuadrado de la frecuencia natural de vibración que a continuación se enuncian

$$\lambda_1 = \omega_1^2 = 34759.4956 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_3 = \omega_3^2 = 1696.8413 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_2 = \omega_2^2 = 25838.5391 \text{ s}^{-2}$$

$$\lambda_4 = \omega_4^2 = 13887.8049 \text{ s}^{-2}$$

Sacando la raíz cuadrada a las expresiones anteriores se determina la frecuencia natural de vibración de la estructura:

$$\omega_1 = \sqrt{34759.4956 \text{ s}^{-2}} = 186.439 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_3 = \sqrt{1696.8413 \text{ s}^{-2}} = 41.193 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_2 = \sqrt{25838.5391 \text{ s}^{-2}} = 160.744 \text{ s}^{-1}$$

$$\omega_4 = \sqrt{13887.8049 \text{ s}^{-2}} = 117.847 \text{ s}^{-1}$$

#### 4.9.5 Periodo fundamental en la dirección de análisis.

Con las frecuencias naturales de vibración se encuentran el periodo fundamental, así como los periodos de vibración para cada modo, utilizando la ecuación 4.24:

$$T_1 = \frac{2\pi}{186.439} = 0.034 \text{ s}$$

$$T_3 = \frac{2\pi}{1696.8413} = 0.153 \text{ s}$$

$$T_2 = \frac{2\pi}{160.744} = 0.039 \text{ s}$$

$$T_4 = \frac{2\pi}{117.847} = 0.053 \text{ s}$$

#### 4.9.6 Desplazamientos relativos.

Para calcular los desplazamientos relativos “Z” se utiliza la ecuación para cada modo resolviendo la ecuación 4.25:

##### Modo Fundamental:

$$\begin{bmatrix} 67658.2921 - 2.72\omega_1^2 & -15906.9601 & 0 & 0 \\ -15906.9601 & 36638.4795 - 1.93\omega_1^2 & -20731.5194 & 0 \\ 0 & -20731.5194 & 38694.6756 - 2.014\omega_1^2 & -17963.1562 \\ 0 & 0 & -17963.1562 & 17963.1562 - 1.37\omega_1^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_{11} \\ Z_{21} \\ Z_{31} \\ Z_{41} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

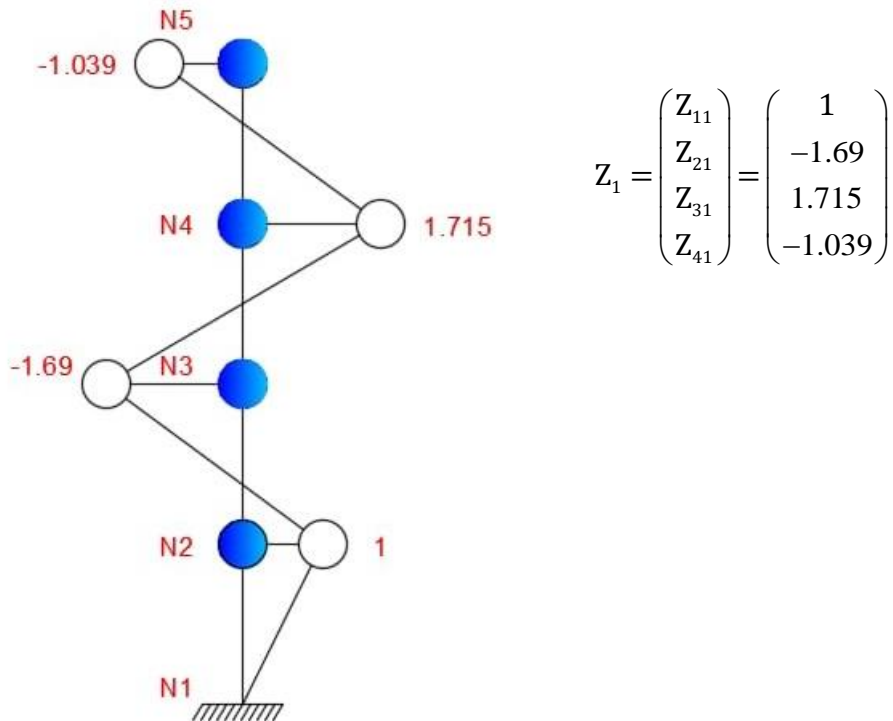
$$26887.5360Z_{11} - 15906.9601Z_{21} = 0$$

$$-15906.9601Z_{11} - 30447.3470Z_{21} - 20731.5194Z_{31} = 0$$

$$-20731.5194Z_{21} - 31310.9486Z_{31} - 17963.1562Z_{41} = 0$$

$$-17963.1562Z_{31} - 29657.3528Z_{41} = 0$$

La solución de este sistema de ecuación está contemplada en el siguiente vector, haciendo  $Z_{11}$  igual 1:



**Imagen 4.13:** Deformación del primer modo.

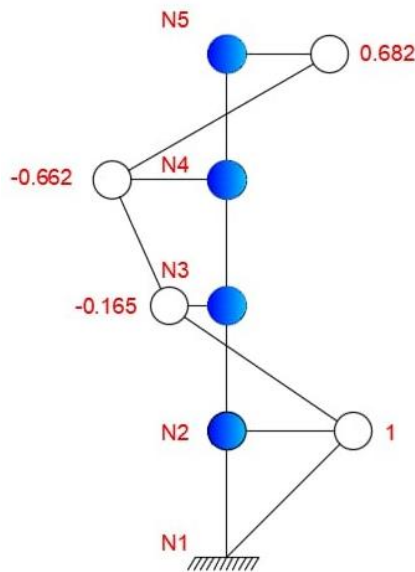
### Segundo Modo:

$$\begin{bmatrix} 67658.2921 - 2.72\omega_1^2 & -15906.9601 & 0 & 0 \\ -15906.9601 & 36638.4795 - 1.93\omega_1^2 & -20731.5194 & 0 \\ 0 & -20731.5194 & 38694.6756 - 2.014\omega_1^2 & -17963.1562 \\ 0 & 0 & -17963.1562 & 17963.1562 - 1.37\omega_1^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{22} \\ Z_{32} \\ Z_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al operar la expresión matricial anterior se obtienen el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} 2622.53421Z_{12} - 15906.96013Z_{22} &= 0 \\ -15833.7503Z_{12} - 13229.9009Z_{22} - 20731.5194Z_{32} &= 0 \\ -20731.5194.0045Z_{22} + 13344.1421Z_{32} - 17963.1562Z_{42} &= 0 \\ -17963.1562Z_{32} - 17435.64231Z_{42} &= 0 \end{aligned}$$

La solución de este sistema de ecuación está contemplada en el siguiente vector, haciendo  $Z_{12}$  igual 1:



$$Z_2 = \begin{pmatrix} Z_{12} \\ Z_{22} \\ Z_{32} \\ Z_{42} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -0.165 \\ -0.662 \\ 0.682 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.14:** Deformación del segundo modo.

### Tercer Modo:

$$\begin{bmatrix} 67635.0823 - 2.72\omega_3^2 & -15883.7503 & 0 & 0 \\ -15883.7503 & 36558.7548 - 1.93\omega_3^2 & -20675.0045 & 0 \\ 0 & -20675.0045 & 38625.8668 - 2.014\omega_3^2 & -17950.8623 \\ 0 & 0 & -17950.8623 & 17950.8623 - 1.37\omega_3^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al resolver la expresión anterior se obtienen las siguientes ecuaciones:

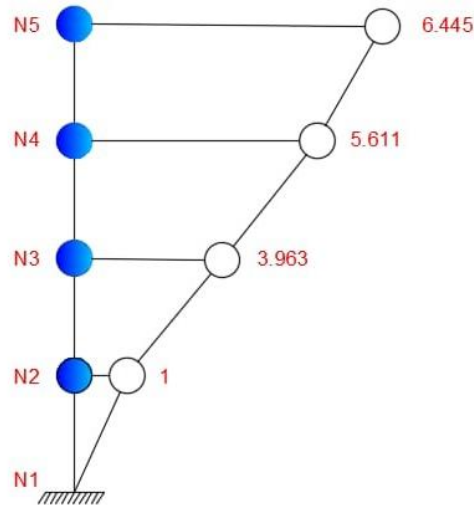
$$63042.8837Z_{13} - 15906.9601Z_{23} = 0$$

$$-15906.9601Z_{13} + 33363.5758Z_{23} - 20731.5194Z_{33} = 0$$

$$-20731.5194Z_{23} + 35277.2372Z_{33} - 17963.1562Z_{43} = 0$$

$$-17963.1562Z_{33} + 15638.4836Z_{43} = 0$$

La solución de este sistema de ecuación está contemplada en el siguiente vector, haciendo  $Z_{13}$  igual 1:



$$Z_3 = \begin{pmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3.963 \\ 5.611 \\ 6.445 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.15:** Deformación del tercer modo.

#### Cuarto Modo:

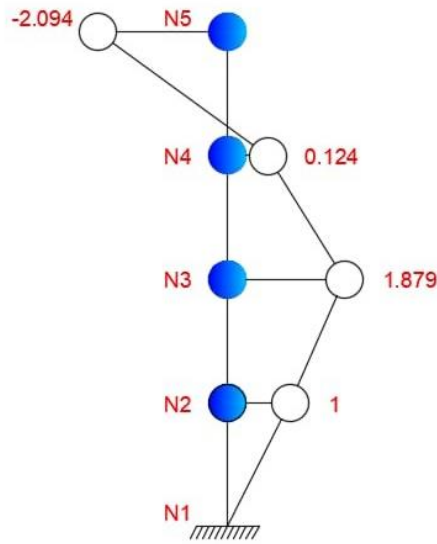
$$\begin{bmatrix} 67635.0823 - 2.72\omega_3^2 & -15883.7503 & 0 & 0 \\ -15883.7503 & 36558.7548 - 1.93\omega_3^2 & -20675.0045 & 0 \\ 0 & -20675.0045 & 38625.8668 - 2.014\omega_3^2 & -17950.8623 \\ 0 & 0 & -17950.8623 & 17950.8623 - 1.37\omega_3^2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Al resolver la expresión anterior se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$\begin{aligned} 29883.4626Z_{14} - 15906.9601Z_{24} &= 0 \\ -15906.9601Z_{14} + 30413.9924Z_{24} - 20731.5194Z_{34} &= 0 \\ -20731.5194Z_{24} + 10724.6364Z_{34} - 17963.1562Z_{44} &= 0 \\ -17963.1562Z_{34} - 1063.1366Z_{44} &= 0 \end{aligned}$$

La solución de este sistema de ecuación está contemplada en el siguiente vector, haciendo  $Z_{14}$  igual 1:





$$Z_4 = \begin{pmatrix} Z_{14} \\ Z_{24} \\ Z_{34} \\ Z_{44} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.879 \\ 0.124 \\ -2.094 \end{pmatrix}$$

**Imagen 4.16:** Deformación del cuarto modo.

#### 4.9.7 Ortogonalidad respecto a las Matrices de Rigidez y de Masa.

La comprobación de ortogonalidad con respecto a la matriz de masas y de rigideces es cumplida satisfactoriamente. Para ello se utilizaron las ecuaciones 4.26a y 4.26b.

- *Ortogonalidad con respecto a la matriz de rigideces:*

$$Z_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.879 \\ 0.124 \\ -2.094 \end{pmatrix}$$

$$K = \begin{pmatrix} 6.766 \times 10^4 & -1.591 \times 10^4 & 0 & 0 \\ -1.591 \times 10^4 & 3.664 \times 10^4 & -2.073 \times 10^4 & 0 \\ 0 & -2.073 \times 10^4 & 3.869 \times 10^4 & -1.796 \times 10^4 \\ 0 & 0 & -1.796 \times 10^4 & 1.796 \times 10^4 \end{pmatrix}$$

$$Z_1^T = (1 \quad -1.69 \quad 1.715 \quad -1.039)$$

Con las definiciones matriciales anteriores, resolvemos la ecuación 4.26a:

$$Z_1^T * M * Z_4 = -8.731 \times 10^{-11}$$

- Ortogonalidad con respecto a la matriz de masa:

$$\mathbf{Z}_4 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1.879 \\ 0.124 \\ -2.094 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 2.72 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1.93 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2.014 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1.366 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{Z}_2^T = (1 \quad -0.0165 \quad -0.0662 \quad 0.682)$$

Con las definiciones matriciales anteriores, resolvemos la ecuación 4.26b:

$$\mathbf{Z}_2^T * \mathbf{M} * \mathbf{Z}_4 = 5.599 \times 10^{-3}$$

Las ecuaciones anteriores nos indican los productos matriciales cuyo resultado debe ser aproximadamente cero. Hay que mencionar que para todos los casos se comprobaron dichas ortogonalidades y obteniéndose resultados de aproximadamente cero.

#### 4.9.8 Normalización de los vectores de desplazamientos relativos.

Para la normalización de los vectores de desplazamiento relativos se utiliza la ecuación 4.27:

$$\phi_{11} = \frac{Z_{im}}{\sqrt{\sum m_i Z_{im}^2}}$$

$$\phi_{11} = \frac{1}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * (-1.69)^2) + (2.014 * 1.715^2) + (1.366 * -1.039^2)}}$$

$$\phi_{11} = 0.2529$$

$$\phi_{12} = \frac{-1.690}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * (-1.69)^2) + (2.014 * 1.715^2) + (1.366 * -1.039^2)}}$$

$$\phi_{12} = -0.4275$$

$$\phi_{13} = \frac{1.715}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * (-1.69)^2) + (2.014 * 1.715^2) + (1.366 * -1.039^2)}}$$

$$\phi_{13} = 0.4338$$

$$\phi_{14} = \frac{-1.039}{\sqrt{(2.72 * 1^2) + (1.93 * (-1.69)^2) + (2.014 * 1.715^2) + (1.366 * -1.039^2)}}$$

$$\phi_1 = -0.2627$$

De manera similar se normalizan los vectores de desplazamientos relativos para los modos restantes:

	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
$\Phi 1$	0.2529	0.4828	0.0808	0.2536
$\Phi 2$	-0.4275	-0.0796	0.3202	0.4763
$\Phi 3$	0.4338	-0.3196	0.4534	0.0314
$\Phi 4$	-0.2627	0.3293	0.5207	-0.5310

*Tabla 4.23: Vectores de desplazamientos relativos normalizados.*

#### 4.9.9 Factor de Participación de Modal.

Obtenidos estos valores puede calcularse el factor de participación de las masas el cual no debe de exceder en un 100% de la masa total expresada en porcentualmente, este cálculo se realizará mediante la ecuación 4.28

$$\alpha_1 = \frac{W_1 Z_{11} + W_1 Z_{21} + W_1 Z_{31} + W_1 Z_{41}}{W_1 Z_{11}^2 + W_1 Z_{21}^2 + W_1 Z_{31}^2 + W_1 Z_{41}^2} = 0.0954$$

$$\alpha_2 = \frac{W_1 Z_{12} + W_1 Z_{22} + W_1 Z_{32} + W_1 Z_{42}}{W_1 Z_{12}^2 + W_1 Z_{22}^2 + W_1 Z_{32}^2 + W_1 Z_{42}^2} = 0.4662$$

$$\alpha_3 = \frac{W_1 Z_{13} + W_1 Z_{23} + W_1 Z_{33} + W_1 Z_{43}}{W_1 Z_{13}^2 + W_1 Z_{23}^2 + W_1 Z_{33}^2 + W_1 Z_{43}^2} = 0.1989$$

$$\alpha_4 = \frac{W_1 Z_{14} + W_2 Z_{24} + W_3 Z_{34} + W_4 Z_{44}}{W_1 Z_{14}^2 + W_2 Z_{24}^2 + W_3 Z_{34}^2 + W_4 Z_{44}^2} = 0.2401$$

#### 4.9.10 Ordenada Espectral de Aceleración.

Las ordenadas espectrales se calculan para cada modo de vibración, utilizando las ecuaciones del artículo 27 inciso a del Reglamento Nacional de la Construcción (RNC-07):

$$a = \begin{cases} S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T}{T_a} \right] & \text{si } T < T_a \\ Sd & \text{si } T_a \leq T \leq T_b \\ Sd \left( \frac{T_b}{T} \right) & \text{si } T_b \leq T \leq T_c \\ Sd \left( \frac{T_b}{T_c} \right) \left( \frac{T_c}{T} \right)^2 & \text{si } T > T_c \end{cases}$$

El factor de amplificación por tipo de suelo (S) es igual a 1.5. La aceleración máxima del terreno que corresponde a un valor de aceleración espectral cuando el periodo es nulo ( $a_0$ ) será igual a 0.31. El valor del periodo estructural que limita la parte ascendente del espectro de diseño ( $T_a$ ) es igual a 0.1 segundo. El valor del periodo estructural que limita la parte plana del espectro de diseño ( $T_b$ ) es igual a 0.6 segundos. El valor del periodo estructural que define un cambio en el régimen descendente del espectro de diseño ( $T_c$ ) es igual a 2 segundos. El parámetro “d” está definido como 2.7 de  $a_0$ , es decir que tendrá el valor de 0.837. El periodo de cada uno de los modos será evaluado como T para encontrar la aceleración espectral en cada modo. Los valores de los periodos son conocidos de sus respectivos cálculos.

Todos los valores de las ordenadas espectrales serán expresados en porcentajes de la gravedad para fines de cálculos.

#### **Primer Modo:**

$$a_1 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_1}{T_a} \right]$$

$$a_1 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.0337}{0.1} \right] = 0.7314 \text{ g}$$

#### **Segundo Modo:**

$$a_2 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_2}{T_a} \right]$$

$$a_2 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.0391}{0.1} \right] = 0.7740 \text{ g}$$

#### Tercer Modo:

$$a_3 = S * d$$

$$a_3 = 1.5 * 0.837 = 1.2555 \text{ g}$$

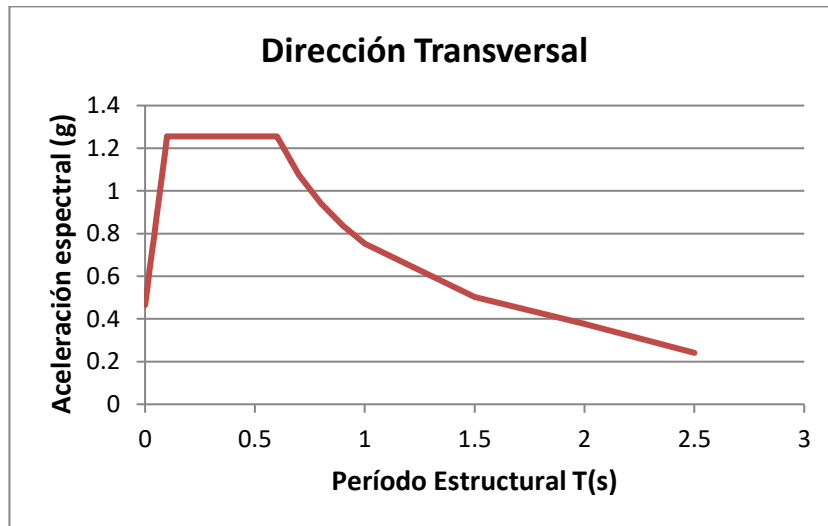
#### Cuarto Modo:

$$a_4 = S \left[ a_0 + (d - a_0) \frac{T_4}{T_a} \right]$$

$$a_4 = 1.5 \left[ 0.31 + (0.837 - 0.31) \frac{0.0533}{0.1} \right] = 0.8865 \text{ g}$$

#### 4.9.11 Espectro de Diseño.

Con los datos anteriores procedemos a construir el espectro de diseño para la dirección Norte-Sur y como resultado obtuvimos el siguiente gráfico:



#### 4.9.12 Aceleración Espectral.

Las aceleraciones espectrales para cada modo de vibración serán calculadas con la ecuación 4.29:

$$A_1 = \frac{0.7314 * 981}{2 * 3.6} = 99.6542 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$A_3 = \frac{1.2555 * 981}{2 * 3.6} = 171.0619 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$A_2 = \frac{0.7740 * 981}{2 * 3.6} = 105.4565 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

$$A_4 = \frac{0.8865 * 981}{2 * 3.6} = 120.7813 \frac{\text{cm}}{\text{s}^2}$$

#### 4.9.13 Desplazamientos Máximos.

Ahora se calculan los desplazamientos máximos, que son los que se producen a partir del movimiento lateral y serán medidos desde el origen en la base del edificio hasta el punto en donde se encuentra la proyección de los diferentes entrepisos en el nivel más bajo, dicho cálculo se realizara con la expresión 4.30:

##### Primer Modo:

$$U_{11} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{11} = \frac{99.6542 * 0.0954}{34759.5007} * 1 = 0.0003 \text{ cm}$$

$$U_{21} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{21} = \frac{99.6542 * 0.0954}{34759.5007} * -1.6903 = -0.0005 \text{ cm}$$

$$U_{31} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{31} = \frac{99.6542 * 0.0954}{34759.5007} * 1.7152 = 0.0005 \text{ cm}$$

$$U_{41} = \frac{A_1 \alpha_1}{\omega_1^2} Z_{41} = \frac{99.6542 * 0.0954}{34759.5007} * -1.0389 = -0.0003 \text{ cm}$$

##### Segundo Modo:

$$U_{12} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{12} = \frac{105.4565 * 0.4662}{25838.5391} * 1 = 0.0019 \text{ cm}$$

$$U_{22} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{22} = \frac{105.4565 * 0.4662}{25838.5391} * -0.1649 = -0.0003 \text{ cm}$$

$$U_{32} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{32} = \frac{105.4565 * 0.4662}{25838.5391} * -0.6621 = -0.0013 \text{ cm}$$

$$U_{42} = \frac{A_2 \alpha_2}{\omega_2^2} Z_{42} = \frac{105.4565 * 0.4662}{25838.5391} * 0.6821 = 0.0013 \text{ cm}$$

### Tercer Modo:

$$U_{13} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{13} = \frac{171.0619 * 0.1989}{1696.8413} * 1 = 0.0201 \text{ cm}$$

$$U_{23} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{23} = \frac{171.0619 * 0.1989}{1696.8413} * 3.9632 = -0.0795 \text{ cm}$$

$$U_{33} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{33} = \frac{171.0619 * 0.1989}{1696.8413} * 5.6108 = -0.1125 \text{ cm}$$

$$U_{43} = \frac{A_3 \alpha_3}{\omega_3^2} Z_{43} = \frac{171.0619 * 0.1989}{1696.8413} * 6.4449 = 0.1293 \text{ cm}$$

### Cuarto Modo:

$$U_{14} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{14} = \frac{120.7813 * 0.2401}{13887.4049} * 1 = 0.0021 \text{ cm}$$

$$U_{24} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{24} = \frac{120.7813 * 0.2401}{13887.4049} * 1.8786 = 0.0039 \text{ cm}$$

$$U_{34} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{34} = \frac{120.7813 * 0.2401}{13887.4049} * 0.1239 = 0.0003 \text{ cm}$$

$$U_{44} = \frac{A_4 \alpha_4}{\omega_4^2} Z_{44} = \frac{120.7813 * 0.2401}{13887.4049} * -2.0942 = -0.0044 \text{ cm}$$

#### 4.9.14 Desplazamientos de cada Entrepiso.

Con los resultados anteriores procedemos a encontrar los desplazamientos de cada entrepiso. Para ello se utilizará la ecuación 4.31

### Primer Modo:

$$\Delta_{11} = U_{11} = 0.0003$$

$$\Delta_{21} = U_{21} - U_{11} = -0.0005 - (0.0003) = -0.0008$$

$$\Delta_{31} = U_{31} - U_{21} = 0.0005 - (-0.0005) = 0.0010$$

$$\Delta_{41} = U_{41} - U_{31} = 0.003 - 0.0005 = 0.0008$$

**Segundo Modo:**

$$\Delta_{12} = U_{12} = 0.0019$$

$$\Delta_{22} = U_{22} - U_{12} = -0.0003 - 0.0019 = -0.0022$$

$$\Delta_{32} = U_{32} - U_{22} = -0.0013 - (-0.0003) = -0.0010$$

$$\Delta_{42} = U_{42} - U_{32} = 0.0013 - (-0.0013) = -0.0026$$

**Tercer Modo:**

$$\Delta_{13} = U_{13} = 0.0201$$

$$\Delta_{23} = U_{23} - U_{13} = -0.0795 - 0.0201 = -0.0594$$

$$\Delta_{33} = U_{33} - U_{23} = 0.1125 - 0.0795 = 0.0330$$

$$\Delta_{43} = U_{43} - U_{33} = 0.1293 - 0.1125 = 0.0168$$

**Cuarto Modo:**

$$\Delta_{14} = U_{14} = 0.0021$$

$$\Delta_{24} = U_{24} - U_{14} = 0.0039 - 0.0021 = 0.0018$$

$$\Delta_{34} = U_{34} - U_{24} = 0.0003 - 0.0039 = -0.0036$$

$$\Delta_{44} = U_{44} - U_{34} = -0.0044 - 0.0003 = -0.0047$$

**4.9.15 Fuerzas Laterales.**

Para el cálculo de las fuerzas laterales se utilizará el principio de que la fuerza es igual a la rigidez que opone un cuerpo por el desplazamiento que se produce al aplicarle dicha fuerza. Para encontrar estas fuerzas se utilizará la ecuación 4.32:

**Primer Modo:**

$$F_{11} = K_1 \Delta_{11} = 51751.3320 * 0.0003 = 14.1592 \text{ ton}$$

$$F_{21} = K_2 \Delta_{21} = 15906.9601 * -0.0007 = -11.7091 \text{ ton}$$

$$F_{31} = K_3 \Delta_{31} = 20763.1562 * 0.0009 = 19.3176 \text{ ton}$$

$$F_{41} = K_4 \Delta_{41} = 17963.1562 * -0.0008 = -13.5352 \text{ ton}$$



### Segundo Modo:

$$F_{12} = K_1 \Delta_{12} = 51751.3320 * 0.0019 = 98.3275 \text{ ton}$$

$$F_{22} = K_2 \Delta_{22} = 15906.9601 * -0.0022 = -34.9953 \text{ ton}$$

$$F_{32} = K_3 \Delta_{32} = 20763.1562 * -0.0010 = -20.7315 \text{ ton}$$

$$F_{42} = K_4 \Delta_{42} = 17963.1562 * 0.0026 = 46.7042 \text{ ton}$$

### Tercer Modo:

$$F_{13} = K_1 \Delta_{13} = 51751.3320 * 0.0019 = 1035.0266 \text{ ton}$$

$$F_{23} = K_2 \Delta_{23} = 15906.9601 * -0.0022 = 938.5106 \text{ ton}$$

$$F_{33} = K_3 \Delta_{33} = 20763.1562 * -0.0010 = 684.1401 \text{ ton}$$

$$F_{43} = K_4 \Delta_{43} = 17963.1562 * 0.0026 = 305.3737 \text{ ton}$$

### Cuarto Modo:

$$F_{14} = K_1 \Delta_{14} = 51751.3320 * 0.0003 = 14.3041 \text{ ton}$$

$$F_{24} = K_2 \Delta_{24} = 15906.9601 * -0.0007 = -11.7843 \text{ ton}$$

$$F_{34} = K_3 \Delta_{34} = 20763.1562 * 0.0010 = 19.3951 \text{ ton}$$

$$F_{44} = K_4 \Delta_{44} = 17963.1562 * -0.0008 = -13.6262 \text{ ton}$$

Las fuerzas laterales máximas actuantes en cada entrepiso, serán determinadas mediante ecuación 4.33:

$$F_1 = \sqrt{14.4592^2 + 98.3275^2 + 1035.0266^2 + 108.6778^2} = 1045.4471 \text{ ton}$$

$$F_2 = \sqrt{(-11.7091)^2 + (-34.9953)^2 + 938.5106^2 + 33.4046^2} = 938.8301 \text{ ton}$$

$$F_3 = \sqrt{19.3176^2 + (-20.7315)^2 + 684.1401^2 + (-74.6335)^2} = 688.7821 \text{ ton}$$

$$F_4 = \sqrt{(-13.5352)^2 + 46.7042^2 + 305.3737^2 + (-84.4268)^2} = 320.5397 \text{ ton}$$

#### 4.9.16 Fuerzas Cortantes.

La fuerza cortante de cada entrepiso será la resultante de la sumatoria de las fuerzas laterales desde entrepiso más alto hasta llegar a la base del edificio.

##### Primer Modo:

$$V_{41} = F_{41} = -13.5352 \text{ Ton}$$

$$V_{31} = V_{41} + F_{31} = -13.5352 + 19.3176 = 5.7824 \text{ Ton}$$

$$V_{21} = V_{31} + F_{21} = 5.7824 - 11.7091 = -5.9267 \text{ Ton}$$

$$V_{11} = V_{21} + F_{11} = -5.9267 + 14.1592 = 8.2325 \text{ Ton}$$

##### Segundo Modo:

$$V_{42} = F_{42} = 46.7042 \text{ Ton}$$

$$V_{32} = V_{42} + F_{32} = 46.7042 - 20.7315 = 25.9727 \text{ Ton}$$

$$V_{22} = V_{32} + F_{22} = 25.9727 - 34.9953 = -9.0226 \text{ Ton}$$

$$V_{12} = V_{22} + F_{12} = -9.0226 + 98.3275 = 89.3049 \text{ Ton}$$

##### Tercer Modo:

$$V_{43} = F_{43} = 305.3737 \text{ Ton}$$

$$V_{33} = V_{43} + F_{33} = 305.3737 + 684.1401 = 989.5138 \text{ Ton}$$

$$V_{23} = V_{33} + F_{23} = 989.5138 + 938.5106 = 1928.0244 \text{ Ton}$$

$$V_{13} = V_{23} + F_{13} = 1928.0244 + 1035.0266 = 2963.051 \text{ Ton}$$

##### Cuarto Modo:

$$V_{44} = F_{44} = -13.6262 \text{ Ton}$$

$$V_{34} = V_{44} + F_{34} = -13.6262 + 19.3951 = 5.7689 \text{ Ton}$$

$$V_{24} = V_{34} + F_{24} = 5.7689 - 11.7843 = -6.0154 \text{ Ton}$$

$$V_{14} = V_{24} + F_{14} = -6.0154 + 14.3041 = 8.2887 \text{ Ton}$$

Al igual que el punto anterior, para obtener la fuerza cortante en cada nivel se utiliza la ecuación 4.34:

$$V_4 = \sqrt{(-13.5352)^2 + 46.7042^2 + 305.3737^2 + (-13.6262)^2} = 309.5210 \text{ Ton}$$

$$V_3 = \sqrt{5.7824^2 + 25.9727^2 + 989.5138^2 + 5.7689^2} = 989.8883 \text{ Ton}$$

$$V_2 = \sqrt{(-5.9267)^2 + (-9.0226)^2 + 1928.0244^2 + (-6.0154)^2} = 1928.5533 \text{ Ton}$$

$$V_1 = \sqrt{8.2325^2 + 89.3049^2 + 2963.051^2 + 8.2887^2} = 2963.0891 \text{ Ton}$$

#### 4.9.17 Factor de Participación de Masas.

Para determinar este factor se utiliza la ecuación 4.35:

$$\bar{\alpha}_1 = \frac{(W_1Z_{11} + W_2Z_{21} + W_3Z_{31} + W_4Z_{41})^2}{W_1Z_{11}^2 + W_2Z_{21}^2 + W_3Z_{31}^2 + W_4Z_{41}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.7547$$

$$\bar{\alpha}_2 = \frac{(W_1Z_{12} + W_2Z_{22} + W_3Z_{32} + W_4Z_{42})^2}{W_1Z_{12}^2 + W_2Z_{22}^2 + W_3Z_{32}^2 + W_4Z_{42}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.1117$$

$$\bar{\alpha}_3 = \frac{(W_1Z_{13} + W_2Z_{23} + W_3Z_{33} + W_4Z_{43})^2}{W_1Z_{13}^2 + W_2Z_{23}^2 + W_3Z_{33}^2 + W_4Z_{43}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.1162$$

$$\bar{\alpha}_4 = \frac{(W_1Z_{14} + W_2Z_{24} + W_3Z_{34} + W_4Z_{44})^2}{W_1Z_{14}^2 + W_2Z_{24}^2 + W_3Z_{34}^2 + W_4Z_{44}^2} * \frac{1}{W_1 + W_2 + W_3 + W_4} = 0.0179$$

#### 4.9.18 Cortante Basal.

Para determinar estas fuerzas, se utiliza la ecuación 4.36:

$$S_1 = \frac{171.062}{981} 0.7547 * (26668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 1036.70 \text{ Ton}$$

$$S_2 = \frac{120.815}{981} 0.1117 * (26668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 108.3238 \text{ Ton}$$

$$S_3 = \frac{105.4693}{981} 0.1162 * (26668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 98.3766 \text{ Ton}$$

$$S_4 = \frac{99.6848}{981} 0.0179 * (26668.31 + 1893.52 + 1975.33 + 1340.1) = 14.3495 \text{ Ton}$$



## **CAPITULO 5:** INTERACCIÓN SUELO– ESTRUCTURA EN EL EDIFICIO EL CENTRO 1

El Edificio el Centro 1 es el primero de un grupo de construcciones en el complejo urbano EL Centro. A continuación, identificaremos las diferencias de las respuestas sísmicas en el comportamiento estructural en un edificio de cuatro niveles al incorporar los efectos ISE.

## **5.1 Interacción suelo – estructura**

El sistema de fundación del edificio El Centro 1 consta de zapatas corridas debajo de muros de concreto reforzados que sirven como muros perimetrales y de contención a la vez, así como debajo de los muros internos que conforman el núcleo central del edificio; además, presenta zapatas aisladas debajo de las columnas interconectadas entre sí mediante vigas asísmicas. Debido a lo anterior el edificio se clasifica en un edificio con cimientos someros en donde el desplante se encuentra a 3.8 metros debajo del nivel del terreno natural.

### **5.1.1 Propiedades del Sistema de fundación.**

El sistema de fundación presenta un área aproximada de 1025 m<sup>2</sup>. Con ayuda del programa Autocad, se determinó el centro masas de la cimentación (ver plano en apéndice), a partir del teorema de los ejes paralelos y resultando en la siguiente ubicación:

$$x = 23.228 \text{ m}$$

$$y = 21.961 \text{ m}$$

Es importante determinar el brazo centroidal de cada zapata con respecto al centroide de toda la cimentación (Ver tablas 5.1 y 5.2). Esto es necesario para posteriormente encontrar el amortiguamiento por rotación de la cimentación (Cr) y la rigidez por rotación de la misma (Kr).

### **5.1.2 Zapatas Aisladas.**

Las propiedades de las zapatas aisladas, como el área, momentos de inercia y sus respectivos centros de masas, fueron calculadas para cada elemento y de manera individual utilizando las dimensiones de las mismas obtenidas de los planos de la edificación.

Zapata	Base (m)	Ancho (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Inercia X (m <sup>4</sup> )	Inercia Y (m <sup>4</sup> )	X <sub>c</sub> (m)	Y <sub>c</sub> (m)
Z – 1	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 2	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 3	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 4	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 5	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 6	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 7	2.50	3.00	7.50	5.63	3.91	1.25	1.50
Z – 8	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.50
Z – 9	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 10	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 11	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 12	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 13	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 14	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 15	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 16	3.20	3.20	10.24	8.74	8.74	1.60	1.60
Z – 17	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 18	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 19	3.20	3.20	10.24	8.74	8.74	1.60	1.60
Z – 20	2.50	12.58	31.45	414.76	16.38	1.25	6.29
Z – 21	2.50	12.58	31.45	414.76	16.38	1.25	6.29
Z – 22	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 23	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 24	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50
Z – 25	2.50	2.50	6.25	3.26	3.26	1.25	1.25
Z – 26	3.00	3.00	9.00	6.75	6.75	1.50	1.50

**Tabla 5.1:** Propiedades de zapatas aisladas presentes en la edificación.

### 5.1.3 Zapatas Corridas.

Para conocer las propiedades de las zapatas corridas, descritas en el punto 5.1.1., se utilizaron la geometría de las mismas, con la diferencia de que para calcular los momentos de inercia se utilizó el teorema de ejes paralelos, esto debido a que las zapatas corridas están divididas debido al cambio de dirección que hacen y que se pueden observar en los planos (**Ver anexos**).

Zapata	Elemento	B (m)	H (m)	Área (m <sup>2</sup> )	Inercia X (m <sup>4</sup> )	Inercia Y (m <sup>4</sup> )	X <sub>c</sub> (m)	Y <sub>c</sub> (m)
Z – A	Z27	13.45	2.90	39.01	86.14	598.38	6.15	1.57
	Z28	3.00	0.85	2.55				
Z – B	Z29	13.45	2.90	39.01	87.33	598.38	6.76	1.57
	Z30	3.00	0.85	2.55				
Z – C	Z31	2.40	15.30	36.72	1165.45	318.83	3.32	8.95
	Z32	8.85	2.50	22.13				
Z – D	Z33	8.85	2.50	22.13	3050.33	4160.43	3.70	12.27
	Z34	8.85	2.50	22.13				
	Z35	2.40	22.40	53.76				
	Z36	6.95	2.50	17.38				
	Z37	2.40	10.20	24.48				
	Z38	7.20	2.00	14.40				
Z – E	Z39	2.40	10.20	24.48	74489.93	4683.33	29.05	7.03
	Z40	2.40	10.20	24.48				
	Z41	26.40	2.00	52.80				
	Z42	16.80	2.00	33.60				
	Z43	2.40	10.20	24.48				
	Z44	17.20	2.00	34.40				
Z – F	Z45	2.00	12.20	24.40	5827.59	3464.75	10.60	5.95
	Z46	7.75	2.00	15.50				
	Z47	7.75	2.00	15.50				
	Z48	17.20	2.00	34.40				
	Z49	2.00	12.20	24.40				

**Tabla 5.2:** Propiedades de zapatas corridas presentes en la edificación.

## 5.2 Altura Efectiva del Sistema Suelo – Estructura.

Se encuentra la altura a la que estará ubicado el oscilador de reemplazo, mismo al que se le darán todas las propiedades dinámicas del sistema. Para determinar la altura efectiva serán necesarios los pesos, las alturas y los desplazamientos de cada nivel determinados anteriormente en el análisis modal espectral, mismos que se encuentran resumidos en la siguiente tabla:

Nivel	Altura (m)	Peso (Ton)	Z <sub>ix</sub>	Z <sub>iy</sub>
4	17.10	1340.10	6.455	11.243
3	12.42	1975.33	5.620	9.720
2	8.10	1893.52	3.968	6.473
1	3.60	2268.31	1.00	1.00

**Tabla 5.3:** Altura, peso y desplazamientos relativos.

Para el cálculo de la altura efectiva se utiliza la ecuación **3.1**, donde  $i$  equivale al valor correspondiente de altura, peso y desplazamiento para cada nivel;  $x$  ó  $y$  equivalen a la dirección de análisis. Realizaremos el cálculo simultáneo para las dos direcciones.

*Dirección X (Este-Oeste):*

$$H_e = \frac{\sum W_i h_i Z_{ix}}{\sum W_i h_i}$$

$$H_e = \frac{356264.8958}{29933.4975} = 11.902 \text{ m}$$

*Dirección Y (Norte-Sur):*

$$H_e = \frac{\sum W_i h_i Z_{iy}}{\sum W_i h_i}$$

$$H_e = \frac{604993.537}{49192.017} = 12.299 \text{ m} \approx 12.30 \text{ m}$$

### 5.3 Rigidez Relativa de la Estructura y el Suelo.

La rigidez relativa no debe ser mayor que 2.5 (**Ec.3.3**). Entre los parámetros a utilizar tenemos, el periodo fundamental de la estructura ( $T_{ex}$ ) en la dirección X que es igual a 0.153s y para la dirección Y ( $T_{ey}$ ) es de 0.134s; el periodo predominante del terreno ( $T_s$ ) que es igual a 0.25s; la profundidad del basamento rocoso ( $H_s$ ) que es igual a 10m; y la altura efectiva del sistema ( $H_e$ ) que fue calculada anteriormente.

$$\frac{T_e H_s}{T_s H_e} < 2.5$$

*Dirección X (Este-Oeste):*

$$\frac{0.153}{0.25} * \frac{10}{11.902} = 0.5142$$

*Dirección Y (Norte-Sur):*

$$\frac{0.134}{0.25} * \frac{10}{12.30} = 0.436$$



Los valores obtenidos, en cada dirección, son menores que el límite establecido de 2.5, por tanto, podemos decir que los efectos debido a la corrección por Interacción Suelo – Estructura serán considerables.

#### 5.4 Peso efectivo del oscilador de reemplazo.

Para obtener el peso efectivo del oscilador de reemplazo se necesitan los valores de los pesos y las alturas por cada nivel que se encuentran en la **tabla 5.3**.

*Dirección X (Este-Oeste):*

$$W_{ex} = \frac{(\sum W_i Z_{ix})^2}{\sum W_i Z_{ix}^2} \quad W_{ex} = \frac{89614270.2}{150709.4209} = 5945.31 \text{ ton}$$

*Dirección Y (Norte-Sur):*

$$W_{ey} = \frac{(\sum W_i Z_{iy})^2}{\sum W_i Z_{iy}^2} \quad W_{ey} = \frac{2419854527}{439027.709} = 5524.432 \text{ ton}$$

#### 5.5 Radios de Giro de la Cimentación.

Para determinar la rigidez de la cimentación, se consideran círculos equivalentes a la superficie de desplante. En nuestro caso se deberá considerar cada zapata como circular, para ello se deberá calcular los radios de giro tanto para traslación ( $R_x, R_v, R_y$ ), como para rotación ( $R_{rx}, R_{ry}$ ) para cada elemento (Ec. **3.12a**, Ec. **3.12b**, respectivamente).

$$R_x, R_v, R_y = \sqrt{\frac{A}{\pi}} \quad R_{rx}, R_{ry} = \sqrt{\frac{4I}{\pi}}$$

Con las áreas y los momentos de inercias calculados en las tablas 5.1. y 5.2. se determinan los radios de giros:

*Radios de Giro de la Zapata 1:*

$$R_x = \sqrt{\frac{7.5}{\pi}} = 1.545$$

$$R_y = \sqrt{\frac{7.5}{\pi}} = 1.545$$

$$R_v = \sqrt{\frac{7.5}{\pi}} = 1.545$$

$$R_{rx} = \sqrt{\frac{4 * 5.625}{\pi}} = 1.636$$

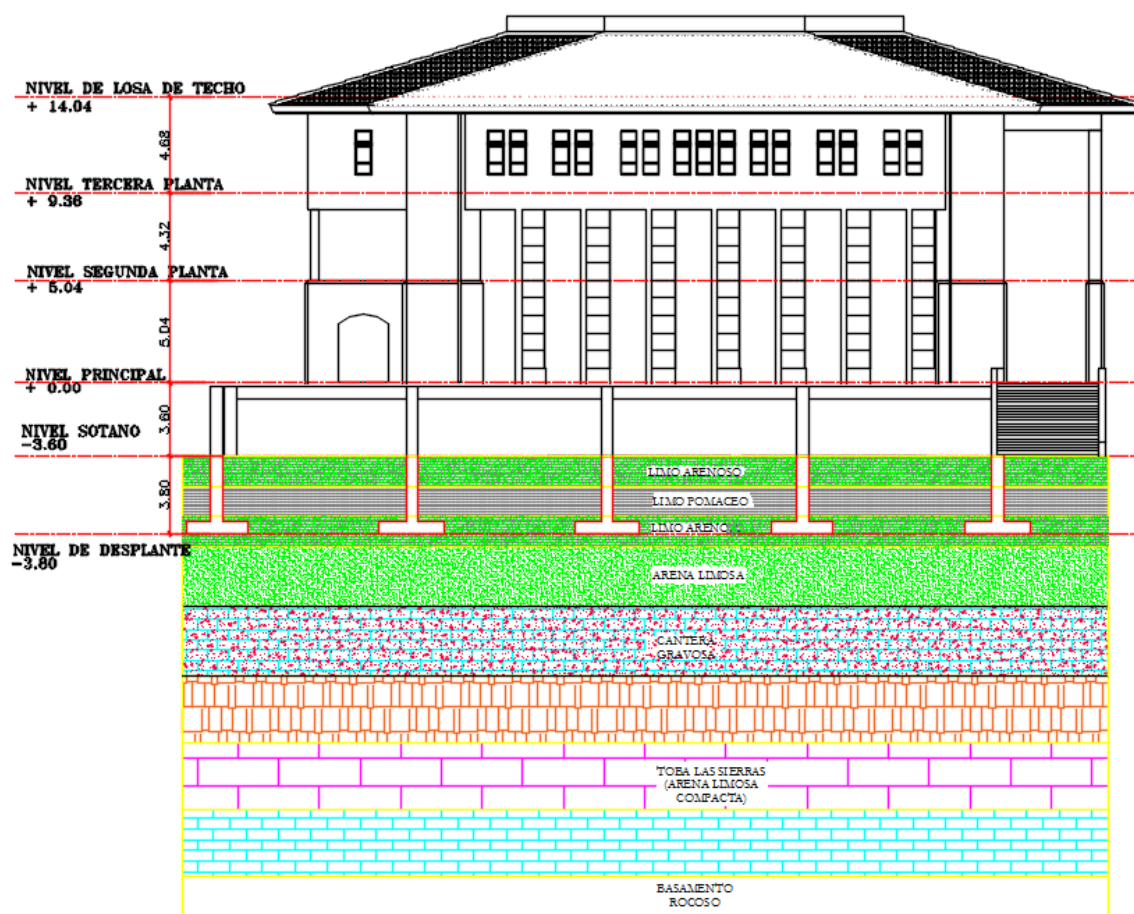
$$R_{ry} = \sqrt{\frac{4 * 3.906}{\pi}} = 1.493$$

Los valores de  $R_x$ ,  $R_v$  y  $R_y$  son exactamente los mismos debido a que el radio de giro de traslación en ambas direcciones del análisis es dependiente del área del de cada zapata. Como el proceso de cálculos en cada zapata es repetitivo y se hace de la misma manera que el descrito para la Zapata 1, los valores calculados para el resto de los elementos serán colocados en la siguiente tabla:

Zapata	$I_x$ (m <sup>4</sup> )	$I_y$ (m <sup>4</sup> )	Area(m <sup>2</sup> )	$R_x=R_y=R_v$	$R_{rx}$	$R_{ry}$
Z – 1	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 2	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 3	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 4	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 5	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 6	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 7	5.625	3.906	7.500	1.545	1.636	1.493
Z – 8	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 9	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 10	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 11	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 12	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 13	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 14	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 15	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 16	8.738	8.738	10.240	1.805	1.826	1.826
Z – 17	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 18	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 19	8.738	8.738	10.240	1.805	1.826	1.826
Z – 20	414.764	16.380	31.450	3.164	4.794	2.137
Z – 21	414.764	16.380	31.450	3.164	4.794	2.137
Z – 22	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 23	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 24	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – 25	3.255	3.255	6.250	1.410	1.427	1.427
Z – 26	6.750	6.750	9.000	1.693	1.712	1.712
Z – A	86.137	598.381	41.555	3.637	3.236	5.254
Z – B	87.328	598.381	41.555	3.637	3.247	5.254
Z – C	1165.455	318.829	58.845	4.328	6.207	4.489
Z – D	3050.334	4160.430	115.385	6.060	7.894	8.531

<b>Z – E</b>	74489.930	4683.334	198.720	7.953	17.549	8.788
<b>Z – F</b>	5827.588	3464.751	148.600	6.878	9.281	8.150

## 5.6 Propiedades Dinámicas del Suelo de Fundación.



- Coeficiente de Poisson ( $\nu$ ): estimado aproximadamente en 0.45.
- Peso unitario promedio del estrato ( $\gamma$ ): 1.377 Ton/m<sup>3</sup>.
- Amortiguamiento ( $\xi$ ): 0.05.
- Aceleración máxima de la superficie: 0.786 cm/s<sup>2</sup>.
- Periodo promedio de la columna estratigráfica ( $T_s$ ): 0.25 seg.
- Velocidad de onda de ( $V_s$ ): 173.43 m/s.

Cuando no se cuente con el dato preciso de la velocidad de onda de corte se puede obtener en dependencia de la altura de la columna estratigráfica que fue muestreada y el periodo de vibración de dicha columna, a como lo demostramos a continuación:

$$V_s = \frac{4H_s}{T_s} = \frac{4 * 10m}{0.25s} = 160 \frac{m}{s}$$

Nótese la cercanía del dato. Para efectos de cálculos trabajaremos con el valor obtenido por el Dr. Franklin Moore ( $V_s = 173.43$  m/s).

- Módulo de rigidez estático ( $G$ ): 3594.18 Ton/m<sup>2</sup>.

El Módulo de Rigidez Estático ( $G$ ) se puede determinar de una manera aproximada, cuando no se disponga del mismo, con la ecuación **3.14**.

$$G = \frac{16\nu}{g} \left( \frac{H_s}{T_s} \right)^2$$

$$G = \frac{16 \left( 1.3773 \frac{ton}{m^3} \right)}{9.81 \frac{m}{s^2}} \left( \frac{10m}{0.25s} \right)^2 = 3594.18 \frac{ton}{m^2}$$

## 5.7 Rigidez estática.

La rigidez estática para el tipo de cimentación que presenta el edificio El Centro amerita realizar cálculos múltiples para todas las zapatas que contiene el sistema de fundación, de manera que el planteamiento de la formulación es el mismo y se repite para cada elemento. Es por este motivo que a continuación demostraremos el cálculo de una zapata y el resto de los resultados los colocamos en la tabla abajo mostrada.

Para analizar la rigidez estática del sistema acoplado analizaremos cada una de las direcciones de análisis de manera independiente.

### 5.7.1 Dirección este – oeste.

En esta dirección que llamaremos, dirección X, se calcula la rigidez horizontal ( $K_x$ ), vertical ( $K_y$ ) y torsional ( $K_{rx}$ ) sobre el mismo eje. La rigidez torsional será calculada mediante dos maneras distintas. La primera será cuando se tenga una zapata aislada mediante la ecuación general de rigidez estática  $K_r$  que se deberá de multiplicar por la distancia centroidal, que no es más que la distancia que existe entre el centroide de la zapata y el centroide total de la fundación. La segunda, es simplemente el cálculo de la rigidez rotacional a una zapata corrida con dimensión mayor en la dirección del análisis que se hará mediante la fórmula general correspondiente para la rigidez estática.

Para la Zapata 1 las rigideces estáticas serán calculadas resultan ser:

- *Rigidez Horizontal (Ec.3.13a):*

$$K_x = \frac{8G_s R_x}{2-v} \left(1 + \frac{R_x}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_x}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right)$$

$$K_x = \frac{8 * 3594.18 * 1.545}{2 - 0.45} * \left(1 + \frac{1.545}{2 * 10}\right) * \left(1 + \frac{2 * 3.8}{3 * 1.545}\right) * \left(1 + \frac{5 * 3.8}{4 * 10}\right) = 120213.28 \frac{\text{Ton}}{m}$$

- *Rigidez Vertical (Ec.3.13b):*

$$K_v = \frac{4G_s R_v}{1-v_s} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + 0.5 \frac{D}{R_v}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) * \frac{\frac{D}{H_s}}{1 - \frac{D}{H_s}}\right]$$

$$K_v = \frac{4 * 3594.18 * 1.636}{1 - 0.45} \left(1 + 1.28 * \frac{1.636}{10}\right) \left(1 + 0.5 * \frac{3.8}{1.636}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 * \frac{3.8}{1.636}\right) * \frac{\frac{3.8}{10}}{1 - \frac{3.8}{10}}\right]$$

$$K_v = 118528.70 \frac{\text{Ton}}{m}$$

- *Rigidez Rotacional (Ec.3.13c):*

$$K_{rx} = \frac{8G_s R_{rx}^3}{3(1-\nu_s)} \left(1 + \frac{R_{rx}}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_{rx}}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right)$$

$$K_{rx} = \frac{8 * 3594.18 * 1.636^3}{3(1-0.45)} \left(1 + \frac{1.636}{6 * 10}\right) \left(1 + \frac{2 * 3.8}{1.636}\right) \left(1 + 0.71 * \frac{3.8}{10}\right) = 561837 \frac{\text{Ton}}{m}$$

### 5.7.2 Dirección norte – sur.

En esta dirección que llamaremos, dirección Y. De igual manera que en la dirección X, se calculara a continuación las rigideces horizontales y torsionales.

Para la Zapata 1 las rigideces estáticas resultan ser:

- *Rigidez Horizontal (Ec.3.13a):*

$$K_y = \frac{8G_s R_y}{2-\nu} \left(1 + \frac{R_y}{2H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{3R_y}\right) \left(1 + \frac{5D}{4H_s}\right)$$

$$K_y = \frac{8 * 3594.18 * 1.545}{2 - 0.45} * \left(1 + \frac{1.545}{2 * 10}\right) * \left(1 + \frac{2 * 3.8}{3 * 1.545}\right) * \left(1 + \frac{5 * 3.8}{4 * 10}\right) = 120213.28 \frac{\text{Ton}}{m}$$

- *Rigidez Vertical (Ec.3.13b)::*

$$K_v = \frac{4G_s R_v}{1-\nu_s} \left(1 + 1.28 \frac{R_v}{H_s}\right) \left(1 + 0.5 \frac{D}{R_v}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 \frac{D}{R_v}\right) * \frac{\frac{D}{H_s}}{1 - \frac{D}{H_s}}\right]$$

$$K_v = \frac{4 * 3594.18 * 1.636}{1-0.45} \left(1 + 1.28 * \frac{1.636}{10}\right) \left(1 + 0.5 * \frac{3.8}{1.636}\right) \left[1 + \left(0.85 - 0.28 * \frac{3.8}{1.636}\right) * \frac{\frac{3.8}{10}}{1 - \frac{3.8}{10}}\right]$$

$$K_v = 118528.70 \frac{\text{Ton}}{m}$$

- *Rigidez Rotacional (Ec.3.13c):*

$$K_{ry} = \frac{8G_s R_{ry}^3}{3(1-\nu_s)} \left(1 + \frac{R_{ry}}{6H_s}\right) \left(1 + \frac{2D}{R_{ry}}\right) \left(1 + 0.71 \frac{D}{H_s}\right)$$

$$K_{ry} = \frac{8 * 3594.18 * 1.493^3}{2 - 0.45} * \left(1 + \frac{1.493}{2 * 10}\right) * \left(1 + \frac{2 * 3.8}{3 * 1.493}\right) * \left(1 + \frac{5 * 3.8}{4 * 10}\right) = 459905.94 \frac{\text{Ton}}{m}$$

En el caso de las zapatas corridas con dimensión menor en la dirección de análisis, lo que se hizo fue multiplicar el valor resultante del cálculo de la rigidez rotacional  $K_{rx}$  o  $K_{ry}$ , según el caso, por la distancia centroidal al cuadrado, que ya antes definimos. A continuación, presentamos la manera en cómo se evaluó:

$$K_x = \Sigma K_{xi} \quad (\text{Ec. 3.23})$$

$$K_r = \Sigma (K_r + x_i^2 K_{vi}) \quad (\text{Ec. 3.24})$$

La primera ecuación se refiere a la contribución del conjunto, que no es más que la sumatoria de todas las rigideces de las diferentes zapatas en el sentido que se quiera. La segunda ecuación se refiere a lo que ya antes hablamos:  $x$  es la distancia centroidal y  $K_{vi}$  es la rigidez vertical del miembro analizado.

En el caso de las zapatas corridas con dimensiones mayores en ambas direcciones, lo que se hizo fue una sumatoria de los radios de giros de los diferentes elementos que componen a la zapata. Esto para hacer un solo cálculo de la rigidez rotacional en ambos sentidos.

La siguiente tabla contiene el resumen de los valores de todas rigideces en los dos sentidos. Nótese al final, (en la sumatoria) se muestra el valor total de la contribución del conjunto para cada una de las distintas rigideces.

Zapata	$K_x$	$K_y$	$K_v$	$K_{rx}$	$K_{ry}$
<b>Z - 1</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 2</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 3</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 4</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 5</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 6</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 7</b>	120213.28	120213.28	118528.699	108043.7618	110126.126
<b>Z - 8</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z - 9</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z - 10</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z - 11</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z - 12</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401

<b>Z – 13</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z – 14</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z – 15</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z – 16</b>	129431.14	129431.14	138287.217	124630.4354	126298.1485
<b>Z – 17</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z – 18</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z – 19</b>	129431.14	129431.14	138287.217	124630.4354	126298.1485
<b>Z – 20</b>	180549.13	180549.13	244530.717	181144.4371	219724.4147
<b>Z – 21</b>	180549.13	180549.13	244530.717	181144.4371	219724.4147
<b>Z – 22</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z – 23</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z – 24</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z – 25</b>	115518.87	115518.87	108143.220	99799.57825	100818.4714
<b>Z – 26</b>	125412.66	125412.66	129751.852	117738.8602	119205.8401
<b>Z – A</b>	199529.47	199529.47	284574.059	234776.9498	213601.8299
<b>Z – B</b>	199529.47	199529.47	284574.059	234605.7329	213601.8299
<b>Z – C</b>	228359.93	228359.93	346646.880	230308.5499	272784.1173
<b>Z – D</b>	306388.50	306388.50	522217.889	299297.2536	310730.2264
<b>Z – E</b>	401031.56	401031.56	747904.594	38192.4077	435919.5785
<b>Z – F</b>	346044.33	346044.33	615261.827	306485.6076	377234.5576
<b>Σ</b>	<b>4954270.23</b>	<b>4954270.23</b>	<b>6191533.423</b>	<b>4352030.509</b>	<b>4946176.1686</b>

**Tabla 5.5:** Rigideces Estaticas de las fundaciones.

<b>Zapata</b>	<b><math>X_i^2 K_{rx}</math></b>	<b><math>Y_i^2 K_{ry}</math></b>	<b><math>K_{rx} + X_i^2 K_{vx}</math></b>	<b><math>K_{ry} + Y_i^2 K_{vy}</math></b>
<b>Z – 1</b>	59347662.43	181423184.2	13082196.39	47216975.09
<b>Z – 2</b>	258051.6402	181423184.2	616277.214	47216975.09
<b>Z – 3</b>	44726237.24	181423184.2	9997567.766	47216975.09
<b>Z – 4</b>	59054302.11	215797185.9	13020307.23	56075972.79
<b>Z – 5</b>	192752219.2	181423184.2	41226068.04	47216975.09
<b>Z – 6</b>	449724282	181423184.2	95438524.71	47216975.09
<b>Z – 7</b>	804997448.6	181423184.2	170389205.9	47216975.09
<b>Z – 8</b>	752043756.7	89490092.1	195770993	23662709.6
<b>Z – 9</b>	890215156.2	135752363.1	186529164.5	28971123.03
<b>Z – 10</b>	49460994.36	153371868.3	10950487.45	32650687.83
<b>Z – 11</b>	37396075.23	96964464.86	10130504.89	25604290.39
<b>Z – 12</b>	124360804.8	144712097.5	26592169.91	30842226.85
<b>Z – 13</b>	214434908.6	144712097.5	45402772	30842226.85
<b>Z – 14</b>	12491589.64	69401919.98	3661190.033	18444504.64
<b>Z – 15</b>	285369.2041	108446262.5	680908.5445	23268660.61
<b>Z – 16</b>	566973919.8	85355251.34	110083124.4	17181474.31
<b>Z – 17</b>	180152627.8	49566346.5	47213667.4	13291915.97



<b>Z – 18</b>	109963196.8	48392310.93	28980906.6	12986942.57
<b>Z – 19</b>	57070798.2	85355251.34	11725555.46	17181474.31
<b>Z – 20</b>	17472366.5	118448479.3	7433491.021	29443387.08
<b>Z – 21</b>	22734782.69	36824456.3	7622570.995	9855855.763
<b>Z – 22</b>	751689914.4	15549383.07	195679077.2	4455497.885
<b>Z – 23</b>	1121840092	7561189.469	234900497.9	2200352.58
<b>Z – 24</b>	673427296.6	8316080.776	141256328.2	2358000.11
<b>Z – 25</b>	325276857.8	5037376.982	84911869.74	1724846.136
<b>Z – 26</b>	49460994.36	4831193.448	10950487.45	1630234.57
<b>Z – A</b>	1829629.1	2076800105	2843221.796	77757661.78
<b>Z – B</b>	876850166.7	2076800105	96197301.63	77757661.78
<b>Z – C</b>	5148163211	981128091.6	150411977.7	64505943.16
<b>Z – D</b>	9217438980	1315339499	223266471.2	52821778.31
<b>Z – E</b>	36130079257	14111372005	343496507.8	360862460.5
<b>Z – F</b>	6204038153	293729519.9	139892922.4	33165009.61
<b>Σ</b>	<b>65146011102</b>	<b>23567594102</b>	<b>2660354317</b>	<b>1332844750</b>

**Tabla 5.6:** Rigideces Estaticas de las fundaciones.

## 5.8 Periodo fundamental del sistema acoplado Suelo – Estructura.

El periodo fundamental debido tomando en cuenta los efectos ISE se compone de tres partes el periodo horizontal en la dirección de análisis, el periodo rotacional sobre la misma dirección y el periodo obtenido a partir del análisis modal, también de la dirección analizada.

Al igual que la rigidez estática, trataremos el periodo fundamental del sistema de manera independiente para cada dirección que estamos analizando.

### 5.8.1 Dirección este – oeste.

- *Periodo horizontal:*

Este periodo esta principalmente dependiente de los parámetros del peso efectivo de la estructura y la rigidez en traslación de la misma (Ec. 3.27).

$$T_x = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_x}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81}} \sqrt{\frac{5945.31}{4954270.233}} = 0.0695\text{seg}$$

- *Periodo rotacional:*

El periodo rotacional depende además del peso efectivo de la estructura, de la altura efectiva, la profundidad de desplante de las cimentaciones y de la rigidez rotacional que se presente en el conjunto de cimentación (Ec. 3.28).

$$T_{rx} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e+D)^2}{K_{rx}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81}} \sqrt{\frac{5945.31 \cdot (11.902+3.80)^2}{2660354317}} = 0.047 \text{ seg}$$

- *Periodo de interacción en el eje X:*

El periodo del conjunto de acoplamiento para los efectos de interacción suelo – estructura integra los periodos en traslación y rotación del sistema, obteniéndose la expresión para calcular dicho periodo (Ec. 3.26):

$$T_{ex}' = \sqrt{T_e^2 + T_x^2 + T_{rx}^2} = \sqrt{0.153^2 + 0.0695^2 + 0.047^2} = 0.175 \text{ seg}$$

### 5.8.2 Dirección norte – sur.

- *Periodo horizontal:*

Al igual que el periodo en dirección este-oeste, esta principalmente dependiente de los parámetros del peso efectivo de la estructura y la rigidez en traslación de la misma (Ec. 3.27).

$$T_Y = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e}{K_Y}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81}} \sqrt{\frac{5524.432}{4954270.233}} = 0.067 \text{ seg}$$

- *Periodo rotacional:*

El periodo rotacional depende, además del peso efectivo de la estructura, de la altura efectiva, la profundidad de desplante de las cimentaciones y de la rigidez rotacional que se presente en el conjunto de cimentación, dada para esta dirección de análisis en específico (Ec. 3.28).

$$T_{ry} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \sqrt{\frac{W_e(H_e+D)^2}{K_{ry}}} = \frac{2\pi}{\sqrt{9.81}} \sqrt{\frac{5524.432*(12.30+3.8)^2}{1332844570}} = 0.0657\text{seg}$$

- *Periodo de interacción en el eje Y:*

El periodo del conjunto de acoplamiento para los efectos de interacción suelo – estructura, en esta dirección de análisis, integra los periodos en traslación y rotación del sistema, obteniéndose la expresión para calcular dicho periodo (Ec. 3.26):

$$T_{ey}' = \sqrt{T_{ey}^2 + T_y^2 + T_{ry}^2} = \sqrt{0.134^2 + 0.067^2 + 0.0657^2} = 0.164\text{seg}$$

## 5.9 Frecuencia Normalizada.

$$\eta_i = \frac{\omega^* R_i}{V_s}$$

La frecuencia utilizada en la ecuación anterior será la frecuencia angular del primer modo de vibrar de la edificación en ambas direcciones: en la dirección Este – Oeste la frecuencia angular tiene un valor de 46.89  $\pi/\text{rad}$ : en cambio en la dirección Norte – sur, que equivale a las direcciones y, es igual a 41.164  $\pi/\text{rad}$ .

A continuación, se determinará la Frecuencia Normalizada para la dirección X, dirección Y, para la rotación en la dirección X y dirección Y; así como también para el suelo:

- *Frecuencias Normalizadas para la Zapata 1:*

La frecuencia normalizada se calcula para cada elemento de cimentación, y esta está en dependencia de la frecuencia angular de la estructura, el radio de giro en traslación y la velocidad de propagación de la onda de corte en el estrato de suelo, la profundidad del estrato rocoso, la relación de poisson, en dependencia del tipo de frecuencia que se calcule, ya sea traslacional, rotacional o de acoplamiento de sistema.

$$\eta_x = \frac{\omega_x^* R_x}{V_s} = \frac{46.89*1.545}{173.43} = 0.418$$

$$\eta_y = \frac{\omega_y * R_y}{V_s} = \frac{41.164 * 1.545}{173.43} = 0.367$$

$$\eta_s = \frac{\pi * R_x}{2 * H_s} = \frac{\pi * 1.545}{2 * 10} = 0.243$$

$$\eta_{px} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} * \frac{\pi * R_{rx}}{2H_s} = \sqrt{\frac{2(1-0.45)}{(1-2*0.45)}} * \frac{\pi * 1.636}{2 * 10} = 0.852$$

$$\eta_{py} = \sqrt{\frac{2(1-\nu)}{(1-2\nu)}} * \frac{\pi * R_{ry}}{2H_s} = \sqrt{\frac{2(1-0.45)}{(1-2*0.45)}} * \frac{\pi * 1.493}{2 * 10} = 0.778$$

$$\eta_{rx} = \frac{\omega_x * R_{rx}}{V_s} = \frac{46.89 * 1.636}{173.43} = 0.4423$$

$$\eta_{ry} = \frac{\omega_y * R_{ry}}{V_s} = \frac{41.164 * 1.493}{173.43} = 0.4038$$

$$\eta_{vx} = \frac{\omega_x * R_x}{V_s} = \frac{46.89 * 1.545}{173.43} = 0.418$$

$$\eta_{vy} = \frac{\omega_y * R_y}{V_s} = \frac{41.164 * 1.545}{173.43} = 0.367$$

En la tabla que continúa mostrada abajo, muestra los resultados de frecuencia para cada zapata

Zapata	$\eta_x$	$\eta_y$	$\eta_s$	$\eta_{vx}$	$\eta_{vy}$	$\eta_{px}$	$\eta_{py}$
<b>Z - 1</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 2</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 3</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 4</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 5</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 6</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 7</b>	0.418	0.367	0.243	0.418	0.367	0.852	0.778
<b>Z - 8</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z - 9</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z - 10</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892

<b>Z – 11</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 12</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – 13</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – 14</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 15</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – 16</b>	0.488	0.429	0.284	0.488	0.429	0.951	0.951
<b>Z – 17</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 18</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 19</b>	0.488	0.429	0.284	0.488	0.429	0.951	0.951
<b>Z – 20</b>	0.855	0.751	0.497	0.855	0.751	2.497	1.113
<b>Z – 21</b>	0.855	0.751	0.497	0.855	0.751	2.497	1.113
<b>Z – 22</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 23</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – 24</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – 25</b>	0.381	0.335	0.222	0.381	0.335	0.743	0.743
<b>Z – 26</b>	0.458	0.402	0.266	0.458	0.402	0.892	0.892
<b>Z – A</b>	0.983	0.863	0.571	0.983	0.863	1.686	2.737
<b>Z – B</b>	0.983	0.863	0.571	0.983	0.863	1.692	2.737
<b>Z – C</b>	1.170	1.027	0.680	1.170	1.027	3.233	2.338
<b>Z – D</b>	1.639	1.438	0.952	1.639	1.438	4.113	4.445
<b>Z – E</b>	2.150	1.888	1.249	2.150	1.888	9.143	4.578
<b>Z – F</b>	1.859	1.632	1.080	1.859	1.632	4.835	4.246

**Tabla 5.7:** Frecuencias normalizadas de las zapatas.

### 5.10 Coeficientes de amortiguamiento.

- *Modo de traslación horizontal (Ec. 3.15):*

$$c_x = \begin{cases} \frac{0.65\zeta_s \eta_{xs}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{xs}^2}; & \text{si } \eta_{xs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} \leq 1 \\ 0.576; & \text{si } \eta_{xs} = \frac{\eta_h}{\eta_s} > 1 \end{cases}$$

Para encontrar el valor del coeficiente de amortiguamiento en X, debemos verificar la condición para las frecuencias que nos pide las ecuaciones arriba mostradas.

$$\eta_{xs} = \frac{\eta_x}{\eta_s} = \frac{0.418}{0.243} = 1.721 > 1$$

Por tanto, el valor de  $C_x$  corresponde a la segunda condición, cuyo valor es de 0.576.

- *Modo de traslación vertical (Ec. 3.16):*

$$c_{vx} = \begin{cases} 0; & \text{si } \eta_{vx} < \eta_{px} \\ 0.85 \frac{1+1.85(1-v_s) \frac{D}{R_v}}{1+0.5 \frac{D}{R_v}}; & \text{si } \eta_{vx} \geq \eta_{px} \end{cases}$$

Al verificar la igual de que nos solicitan las condiciones arriba descritas, encontramos que:

$$\begin{aligned} \eta_{vx} &< \eta_{px} \\ 0.418 &< 0.852 \end{aligned}$$

Por tanto el valor del coeficiente es cero

- *Modo de cabeceo (Ec. 3.18):*

$$c_{rx} = \begin{cases} \frac{0.5\zeta_s \eta_{rp}}{1-(1-2\zeta_s)\eta_{rp}^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \frac{\eta_{rx}}{\eta_p} \leq 1 \\ \frac{0.3\eta_r^2}{1+\eta_r^2}; & \text{si } \eta_{rp} = \frac{\eta_{rx}}{\eta_p} > 1 \end{cases}$$

Al verificar la igual de que nos solicitan las condiciones arriba descritas, encontramos que:

$$\eta_{rp} = \frac{0.4038}{0.852} = 0.474 \leq 1$$

Por lo tanto, se aplica la primera condición con la cual el valor operador de  $C_{rx}=0.01713$ .

Zapata	$\eta_{xs}$	$\eta_{ys}$	$\eta_{rx}$	$\eta_{ry}$	$C_x$	$C_y$	$C_{rx}$	$C_{ry}$
<b>Z - 1</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 2</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 3</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 4</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 5</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 6</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 7</b>	1.721	1.511	0.4423	0.354	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 8</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401

<b>Z - 9</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 10</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 11</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 12</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 13</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 14</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 15</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 16</b>	1.721	1.511	0.4938	0.433	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 17</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 18</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 19</b>	1.721	1.511	0.4938	0.433	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 20</b>	1.721	1.511	1.2961	0.507	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 21</b>	1.721	1.511	1.2961	0.507	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 22</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 23</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 24</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 25</b>	1.721	1.511	0.3858	0.339	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - 26</b>	1.721	1.511	0.4629	0.406	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - A</b>	1.721	1.511	0.8749	1.247	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - B</b>	1.721	1.511	0.8779	1.247	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - C</b>	1.721	1.511	1.6781	1.065	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - D</b>	1.721	1.511	2.1344	2.025	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - E</b>	1.721	1.511	4.7447	2.086	0.576	0.576	0.01713	0.01401
<b>Z - F</b>	1.721	1.511	2.5093	1.934	0.576	0.576	0.01713	0.01401

**Tabla 5.8:** Coeficientes de amortiguamiento del sistema de fundacion.

El coeficiente de amortiguamiento del conjunto del sistema en traslación esta dado por la sumatoria de cada coeficiente individual de cada elemento de cimentación, tomándose un valor unificado para un sistema de cimentación en análisis.

- *Dirección Norte-Sur:*

Donde

$$C_y = \Sigma C_{yi}$$

$$C_y = 18.432$$

- *Dirección Este-Oeste:*

$$C_x = \Sigma C_{xi}$$

$$C_x = 18.432$$

Para el coeficiente de amortiguamiento en modo de rotación se integra en una expresión el coeficiente de amortiguamiento en modo de rotación y en modo de cabeceo, donde este último es multiplicado por la distancia centroidal de cada elemento de cimentación.

- *Dirección Norte-Sur:*

$$C_r = \sum y_i^2 C_{vi} + C_{ry}$$

$$C_r = 0.4482$$

- *Dirección Este-Oeste:*

$$C_r = \sum x_i^2 C_{vi} + C_{rx}$$

$$C_r = 0.548$$

El cálculo del amortiguamiento en modo de traslación está dado por una expresión matemática circunstanciada por los parámetros del coeficiente de amortiguamiento, el periodo de la estructura obtenido del análisis modal y de la rigidez de cimentación en modo de traslación.

- *Dirección Norte-Sur (Ec.3.31):*

$$\zeta_y = \frac{\pi C_y}{\bar{T}_{ey} K_y}$$

$$\zeta_y = \frac{\pi * 18.432}{0.164 * 4711099.6523} = 7.513 * 10^{-5}$$

- *Dirección Este-Oeste (Ec.3.31):*

$$\zeta_x = \frac{\pi C_x}{\bar{T}_{ex} K_x}$$

$$\zeta_x = \frac{\pi * 18.432}{0.175 * 4740794.697} = 6.999 * 10^{-5}$$

Por otro lado, el cálculo del amortiguamiento en modo de rotación depende de los parámetros del coeficiente de amortiguamiento en modo de rotación, el periodo de



la estructura obtenido del análisis modal y de la rigidez de cimentación en modo de rotación.

- *Dirección Norte-Sur (Ec.3.32):*

$$\zeta_x = \frac{\pi C_r}{\bar{T}_{ey} K_{ry}}$$

$$\zeta_r = \frac{\pi * 0.548}{0.164 * 4352030.5085} = 2.418 * 10^{-6}$$

- *Dirección Este-Oeste (Ec.3.32):*

$$\zeta_r = \frac{\pi * 0.448}{0.175 * 4946176.1678} = 1.631 * 10^{-6}$$

La expresión matemática que calcula el periodo de efectivo del sistema suelo-estructura combina los parámetros de amortiguamiento en modo de traslación, amortiguamiento en modo de rotación y el amortiguamiento considerando un sistema rígido, como se muestra en la ecuación dada (Ec.3.30):

Dirección Norte-Sur:

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}_e &= \zeta_e \left( \frac{T_e}{\bar{T}_e} \right)^3 + \frac{\zeta_y}{1 + 2\zeta_y^2} \left( \frac{T_y}{\bar{T}_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{\bar{T}_e} \right)^2 \\ \tilde{\zeta}_e &= 0.05 \left( \frac{0.134}{0.164} \right)^3 + \frac{7.513 * 10^{-5}}{1 + 2(7.513 * 10^{-5})^2} \left( \frac{0.067}{0.164} \right)^2 \\ &\quad + \frac{2.481 * 10^{-6}}{1 + 2(2.481 * 10^{-6})^2} \left( \frac{0.066}{0.164} \right)^2 \\ \tilde{\zeta}_e &= 0.027\end{aligned}$$

- *Dirección Este-Oeste:*

$$\begin{aligned}\tilde{\zeta}_e &= \zeta_e \left( \frac{T_e}{\bar{T}_e} \right)^3 + \frac{\zeta_x}{1 + 2\zeta_x^2} \left( \frac{T_y}{\bar{T}_e} \right)^2 + \frac{\zeta_r}{1 + 2\zeta_r^2} \left( \frac{T_r}{\bar{T}_e} \right)^2 \\ \tilde{\zeta}_e &= 0.05 \left( \frac{0.153}{0.175} \right)^3 + \frac{6.999 * 10^{-5}}{1 + 2(6.999 * 10^{-5})^2} \left( \frac{0.0695}{0.175} \right)^2 + \frac{1.631 * 10^{-6}}{1 + 2(1.631 * 10^{-6})^2} \left( \frac{0.047}{0.175} \right)^2 \\ \tilde{\zeta}_e &= 0.034\end{aligned}$$

### 5.11 Cálculo de la ordenada espectral dirección norte – sur

Para el cálculo de la ordenada espectral es necesario obtener primero ciertos parámetros que están condicionados por el periodo efectivo del sistema acoplado por los efectos de interacción suelo-estructura, tal es el caso del valor de  $\beta$  que se muestra en la ecuación (Ec. 3.10a, 3.10b):

$$\beta = \begin{cases} \left( \frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e} \right)^\lambda; & \text{si } \tilde{T}_e \leq T_b \\ 1 + \left( \left( \frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e} \right)^\lambda - 1 \right) \frac{T_b}{\tilde{T}_e}; & \text{si } \tilde{T}_e > T_b \end{cases}$$

Donde  $\lambda=0.5$  (para periodo de suelo  $<1.00$  seg)

$$\tilde{T}_e \leq T_b$$

$$0.153 \leq 0.6$$

Entonces:

$$\beta = \left( \frac{0.05}{0.027} \right)^{0.5} = 1.349$$

Ahora se calcula  $Q'$  de la manera siguiente:

$$Q' = \frac{(Q-1)T_e^2}{\tilde{T}_e^2} + 1$$

Donde  $Q=4$ , tomado del RNC, arto.21.

$$Q' = \frac{(4-1) * (1.134)^2}{(0.164)^2} + 1 = 3.0125$$

Con estos valores calculamos la ordenada espectral de diseño para el periodo efectivo del sistema suelo estructura  $\tilde{a}$  (Ec. 3.7):

$$\tilde{a}' = \begin{cases} a_0 + (\beta c - a_0) \frac{T_s}{T_a}; & \text{si } T_s \leq T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a \leq T_s < T_b \\ \beta c \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^2; & \text{si } T_s \geq T_b \end{cases}$$

Donde  $T_a=0.1$ ,  $T_b=0.6$  y  $T_s=0.25$ ,  $c$ =coeficiente sísmico,  $a_0$ = valor de aceleración del suelo por zonificación sísmica de Nicaragua (datos tomados de RNC-07)

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^2 \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Donde  $k$  se calcula de la siguiente manera (Ec. 3.9):

$$k = \begin{cases} 2 - T_s; & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.65s \\ 0.35; & \text{si } T_s > 1.65 \end{cases}$$

Procediendo según las condiciones anteriormente planteadas se obtiene que el valor para  $\tilde{a}'$  es igual a 0.3024.

## 5.12 Cálculo del cortante basal por efectos ISE (N – S)

Ahora calculamos el cortante basal por efectos de interacción suelo-estructura para el análisis dinámico modal, dado por la siguiente fórmula:

$$\tilde{V} = \tilde{a}' W_e$$

$$\tilde{V} = 0.3024 * 5524.433 = 1670.56 \text{ ton}$$

El coeficiente de corrección por efectos de interacción está dado por:

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V} = \frac{1670.56}{1030.84} = 1.62$$

Utilizando el método estático para los efectos de interacción, el cálculo del cortante basal y coeficiente de corrección esta dado de la siguiente manera respectivamente (Ec. 3.6):

$$\tilde{V} = \tilde{a}' W_0 - (a - \tilde{a}') W_e$$

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V}$$

Donde  $a$  esta dado como el espectro de aceleraciones para diseño sísmico según RNC-07.

Por lo tanto:

$$\tilde{V} = 0.3024 * 7877.26 - (1.255 - 0.3024) * 5524.433 = 4634.40 \text{ ton}$$

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V} = \frac{4634.40}{3662.926} = 1.27$$

### 5.13 Calculo de la ordenada espectral dirección este - oeste

Calculo de la ordenada espectral (Ec. 3.10a, 3.10b):

$$\beta = \begin{cases} \left(\frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e}\right)^\lambda; & \text{si } \tilde{T}_e \leq T_b \\ 1 + \left(\left(\frac{\zeta_e}{\tilde{\zeta}_e}\right)^\lambda - 1\right) \frac{T_b}{\tilde{T}_e}; & \text{si } \tilde{T}_e > T_b \end{cases}$$

Donde  $\lambda=0.5$  (para periodo de suelo <1.00 seg)

$$\tilde{T}_e \leq T_b$$

$$0.175 \leq 0.6$$

Entonces:

$$\beta = \left(\frac{0.05}{0.0337}\right)^{0.5} = 1.218$$

Ahora se calcula  $Q'$  de la manera siguiente:

$$Q' = \frac{(Q-1)T_e^2}{\tilde{T}_e^2} + 1$$

Donde  $Q=4$ , tomado de RNC, arto 21.

$$Q' = \frac{(4 - 1) * (0.153)^2}{(0.175)^2} + 1 = 3.306$$

Con estos valores calculamos la ordenada espectral de diseño para el periodo efectivo del sistema suelo estructura  $\tilde{a}$  (Ec. 3.7):

$$\tilde{a} = \begin{cases} a_0 + (\beta c - a_0) \frac{T_s}{T_a}; & \text{si } T_s \leq T_a \\ \beta c; & \text{si } T_a \leq T_s < T_b \\ \beta c p \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^2; & \text{si } T_s \geq T_b \end{cases}$$

Donde  $T_a=0.1$ ,  $T_b=0.6$  y  $T_s=0.25$ ,  $c$ =coeficiente sísmico,  $a_0$ = valor de aceleración del suelo por zonificación sísmica de Nicaragua (datos tomados de RNC-07).

$$p = k + (1 - k) \left( \frac{T_b}{T_s} \right)^2 \quad (\text{Ec. 3.8})$$

Donde  $k$  se calcula de la siguiente manera (Ec. 3.9):

$$k = \begin{cases} 2 - T_s; & \text{si } 0.5 < T_s \leq 1.65s \\ 0.35; & \text{si } T_s > 1.65 \end{cases}$$

Procediendo según las condiciones anteriormente planteadas se obtiene que el valor para  $\tilde{a}$  es igual a 0.273.

#### 5.14 Cálculo del cortante basal por efectos ISE (E-O)

Ahora calculamos el cortante basal por efectos de interacción suelo-estructura por el método dinámico modal, dado por la siguiente fórmula:

$$\tilde{V} = \tilde{a}' W_e$$

$$\tilde{V} = 0.273 * 5945.3103 = 1623.51 \text{ ton}$$

El coeficiente de corrección por efectos de interacción está dado por:

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V} = \frac{1623.51}{963.3307} = 1.69$$

Utilizando el método estático para los efectos de interacción, el cálculo del cortante basal y coeficiente de corrección esta dado de la siguiente manera respectivamente (Ec. 3.6):

$$\tilde{V} = \tilde{a}'W_0 - (a - \tilde{a}')W_e$$

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V}$$

Donde “a” está dado como el espectro de aceleraciones para diseño sísmico según RNC-07.

Por lo tanto:

$$\tilde{V} = 0.273 * 7877.26 - (1.255 - 0.273) * 5945.3103 = 4472.72 \text{ ton}$$

$$\tilde{C} = \frac{\tilde{V}}{V} = \frac{4472.72}{3662.926} = 1.22$$

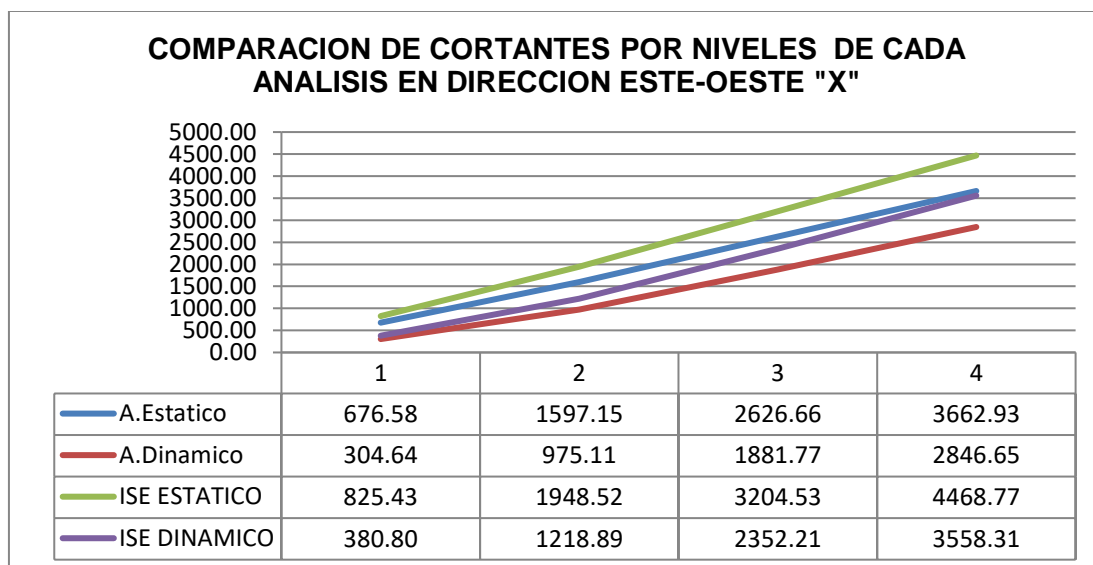
## 5.15 Resultados

Dados los resultados de los efectos de interacción suelo – estructura, y a partir de los datos obtenidos en los análisis estáticos y modal sobre el edificio El Centro, mostraremos las comparaciones entre los tres tipos de análisis.

La siguiente tabla muestra los valores de los cortantes basales actuantes en el edificio en la dirección este – oeste:

TIPO DE ANALISIS	A. Estático	A. Dinámico	ISE (ESTATICO)	ISE (DINAMICO)
Nivel	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)
4	676.58	304.64	825.43	380.80
3	1597.15	975.11	1948.52	1218.89
2	2626.66	1881.77	3204.53	2352.21
1	3662.93	2846.65	4468.77	3558.31

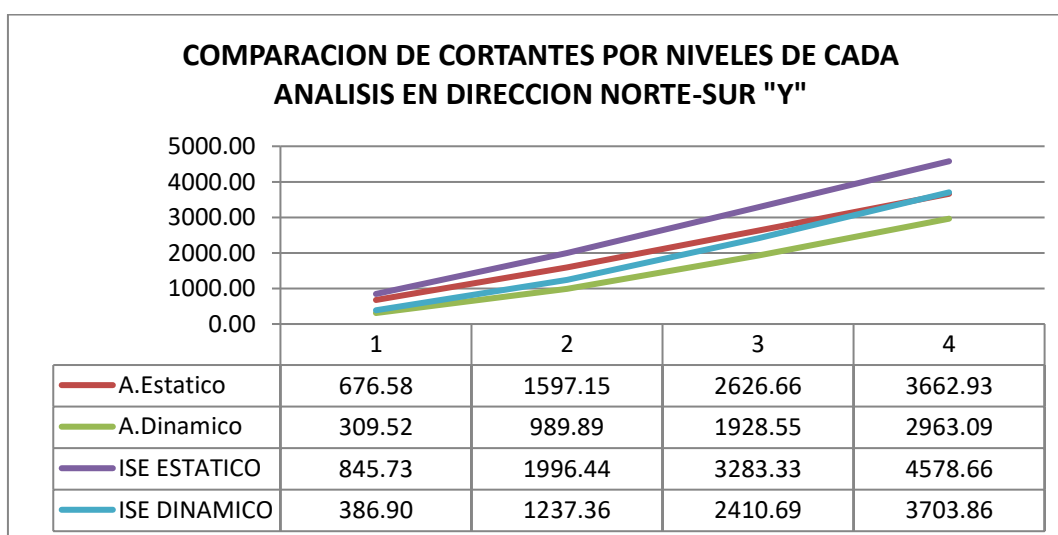
**Tabla 5.9: Tabla comparativa de cortantes basales direccion este – oeste.**



A continuación, mostraremos los valores para la dirección norte – sur:

TIPO DE ANALISIS	A. Estático	A. Dinámico	ISE (ESTATICO)	ISE (DINAMICO)
Nivel	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)	Cortante(Ton)
4	676.58	309.52	845.73	386.90
3	1597.15	989.89	1996.44	1237.3625
2	2626.66	1928.55	3283.33	2410.6875
1	3662.93	2963.09	4578.66	3703.8625

**Tabla 5.10: Tabla comparativa de cortantes basales direccion norte- sur.**



Además, se creó un espectro de diseño para el edificio en análisis tomando en cuenta dos casos, primero sin efectos de interacción suelo – estructura y segundo incorporando los efectos ISE.

La siguiente tabla muestra los valores característicos para la construcción del espectro de diseño para el edificio El Centro.

<b>S=</b>	<b>1.5</b>
<b>a<sub>o</sub>=</b>	0.31
<b>T<sub>a</sub>=</b>	0.1
<b>T<sub>b</sub>=</b>	0.6
<b>T<sub>c</sub>=</b>	2
<b>d=</b>	0.837

**Tabla 5.11: Valores característicos de un espectro de diseño.**

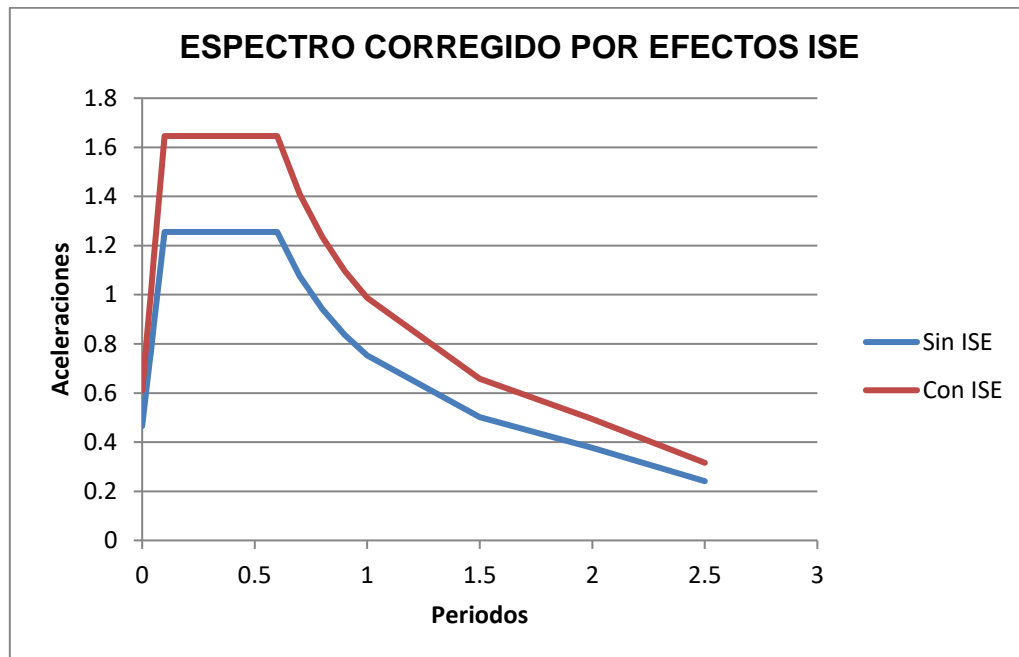
En base a estos valores se calculó un valor de aceleración espectral para un periodo específico para la construcción de la gráfica del espectro de diseño, la siguiente tabla muestra los valores de la aceleración espectral para el edificio El Centro:

	<b>Sin ISE</b>	<b>Con ISE</b>
<b>Periodo T(seg)</b>	<b>Aceleración a (m/s<sup>2</sup>)</b>	<b>Aceleración a(m/s<sup>2</sup>)</b>
<b>0</b>	0.465	0.58125
<b>0.01</b>	0.54405	0.6800625
<b>0.02</b>	0.6231	0.778875
<b>0.034</b>	0.73377	0.9172125
<b>0.039</b>	0.773295	0.96661875
<b>0.053</b>	0.883965	1.10495625
<b>0.06</b>	0.9393	1.174125
<b>0.07</b>	1.01835	1.2729375
<b>0.08</b>	1.0974	1.37175
<b>0.09</b>	1.17645	1.4705625
<b>0.1</b>	1.2555	1.569375
<b>0.153</b>	1.2555	1.569375
<b>0.2</b>	1.2555	1.569375
<b>0.3</b>	1.2555	1.569375
<b>0.4</b>	1.2555	1.569375
<b>0.5</b>	1.2555	1.569375
<b>0.6</b>	1.2555	1.569375



0.7	1.076142857	1.345178571
0.8	0.941625	1.17703125
0.9	0.837	1.04625
1	0.7533	0.941625
1.5	0.5022	0.62775
2	0.37665	0.4708125
2.5	0.241056	0.30132

**Tabla 5.12: Valores de la aceleracion espectral con ISE y sin ISE.**



## 6. CONCLUSIONES

- Se elaboró un procedimiento de análisis de **Efectos de Interacción Suelo – Estructura** ampliamente abordado en el Capítulo 3 de este documento, basado en las *Normas Técnicas Complementarias para Diseño por Sismo del D.F.* Para ello, se consideraron los requerimientos mínimos de cargas, tipos de suelo y métodos de análisis establecidos dentro del Reglamento Nacional de la Construcción, RNC-07.
- Se realizaron los análisis estático y modal al edificio **EL Centro 1**, que se ubica en la ciudad de Managua, de acuerdo con el *Título II: Normas Mínimas para Determinar Cargas Debida a Sismo*, del Reglamento nacional de la Construcción, RNC-07.
- Se obtuvo un alargamiento en el periodo de la estructura y con esto, las fuerzas incrementan cuando se utilizan los efectos ISE. Esto quiere decir, que los elementos deben de ser considerados para una revisión de diseño que les solicite una mayor dimensión. El aumento de las solicitaciones se debe principalmente al lugar de emplazamiento del edificio y que, sobre todo, el diseño original no consideró la utilización de los efectos ISE.
- Según las teorías se plantea que el factor de corrección para los efectos de interacción suelo-estructura debe estar en un rango no mayor de 1.25 ni menor de 0.75, en este caso el sistema sobrepasa el límite superior, por lo cual se usó un valor máximo de 1.25 amplificando las fuerzas a las que está expuesta la estructura.
- Esperamos que este trabajo sirva de aprendizaje e inspiración a las futuras generaciones y desarrollen los diferentes casos de aplicación para los efectos de interacción dinámica Suelo Estructura.

## 7. RECOMENDACIONES

Nicaragua es un país altamente sísmico debido a su ubicación en el cinturón de fuego del pacífico, lo que ocasiona que eventualmente se sientan los embates de los sismos. Ante tales efectos es importante contar con rigurosos códigos de construcción que garanticen un diseño apropiado y lograr así un buen desempeño de las estructuras durante los eventos sísmicos. En países como México, Colombia, Chile y otros de la región, en años recientes se ha incorporado en sus respectivos reglamentos de construcción los efectos de interacción suelo estructura (ISE) como complemento para el diseño sísmico.

Si comparamos los resultados de un diseño sísmico convencional con los resultados de un diseño donde se incorporan los factores por corrección de efectos ISE, podemos obtener dos casos, ya sea un diseño más económico por consecuencia de una reducción en las secciones de los elementos estructurales o uno más seguro, pues cuando se conocen las alteraciones en la respuesta sísmica por los efectos ISE, se reduce la incertidumbre en el diseño.

Suponiendo que el edificio EL Centro 1 estuviese en una etapa de diseño (previo a su construcción), se recomendaría optar por opciones que tengan el beneficio económico al lograr que los resultados en vez de aumentar disminuyan, por ejemplo:

- a) Desplantar a una mayor profundidad usando el mismo tipo de fundaciones.
- b) Desplantar a la misma profundidad, pero con un sistema de fundación con más rigidez: cimientos tipo cajón de losa y muros.
- c) Usar sistema de pilotes para lograr un desplante con mejor anclaje en el suelo y obtener mayor rigidez.

## 8. BIBLIOGRAFIA

1. **Bazán Enrique, Meli Roberto.** “Diseño sísmico de edificios”, Editorial Limusa; México, 2007.
2. **Botero Palacios, Juan Carlos; Jaramillo, Juan Diego; Rochel Awad, Roberto.** “Evaluación de los efectos inerciales de interacción dinámica suelo-estructura para edificaciones ubicadas en Medellín”, Revista Universitaria EAFIT, vol. 40. No 134, 2004. pp. 90-104; Medellín, Colombia.
3. **Comisión Federal de Electricidad.** México 2008. Manual de Diseño de Obras Civiles, Diseño por Sismo.
4. **Conrad Galicia, William; León Vásquez, Javier Rubén.** “Interacción sísmica suelo-estructura en edificaciones de albañilería confinada con plateas de cimentación”; 2007; Trujillo, Perú.
5. **Goytia Tórrez, Ivan Richard, Villanueva Inca, Rolando.** “Modernización de la Enseñanza Aprendizaje en la Asignatura de Ingeniería Antisísmica”; agosto de 2001; Colombia.
6. **Avilés, Javier; Pérez-Rocha, Luis Eduardo.** “Bases para las nuevas disposiciones reglamentarias sobre interacción dinámica suelo-estructura”. Revista de Ingeniería Sísmica No. 71, pp 1-36 (2004).
7. **Miranda Mijares, Eduardo.** Conceptos básicos sobre interacción dinámica suelo-estructura, México 1995.
8. **Villareal Casto, Genner.** “Interacción Suelo-Estructura en edificaciones con zapatas aisladas”, Lima, Perú 2006.
9. **Villareal Casto, Genner.** “Interacción Suelo-Estructura en Edificios Altos”, Lima, Perú 2007.
10. **Soriano, Alfonso.** Interacción Dinámica Suelo-Estructura, Jornadas Técnicas sobre Ingeniería Sísmica. E.T.S. Ingenieros de Caminos. Barcelona, 21-22, marzo 1977.
11. **Normas Técnicas complementarias para diseño por sismo, NTC-RCDF, México 2004.**
12. **Biggs, John. M.** *Introduction to Structural Dynamics*. McGraw-Hill. 1964.

13. **Dominguez, José.** *"Boundary Elements in Dynamics"*. London, United Kingdom: Cromwell Press Ltd. 1993.
14. **International Association for Bridge and Structural Engineering.** "Soil Structure Interaction: The Real Behaviour of Structure". March 1989
15. **Jennings, Paul. C.; Bielak, Jacobo.** "Dynamics of Building-Soil Interaction". Bulletin of the Seismological Society of America, 63(1), 9-48. February de 1973.
16. **Kausel Eduardo.** "Comments on Soil-Structure Interaction", 4th US-Japan Workshop on Soil-Structure Interaction, March 2007; Tsukuba, Japan.
17. **Kausel, Eduardo.** "Early history of soil-structure interaction". Soil Dynamics and Earthquake Engineering. Volumen 30, Issue 9, 822-832. 2010.
18. **Kausel Eduardo; Roësset Jose M.** "Dynamic Stiffness of Circular Foundation". Journal of Engineering Mechanics Division, Proceedings of the American Society of Civil Engineers, Vol.101, No. EM6, December 1975.
19. **Lysmer, J., Tabatabaie, M., Tajirian, F. F., & Vahduni, S.** "SASSI a System for Analysis of Soil Structure Interaction". UCB/GT-81/02 Geotechnical Engineering. April 1981.
20. **Merritt, R. G.; Housner, G.W.** "Effects of Foundation Compliance on Earthquake Stress in Multi-Story". Bulletin of the Seismological Society of America, Vol 44, No. 4, 44(4), 551-570. October 1954.
21. **M. Jawad Arefi.** "Effects of Seismic Soil Structure Interaction on the Seismic Responso of Existing Reinforced Concrete Building". Istituto Universitario di Studi Superiori di Pavia. November 2008.
22. **National Institute of Standards and Technology & NEHRP Consultants Joint Venture.** (NIST GCR 12-917-21). "Soil-Structure Interaction for Building Structures"; 2012.

23. **Novak, Milos.** "Dynamic Stiffness and Damping of Piles". *Canadian Geotechnical Journal*, 11, 574-598. February de 1974).
24. **National Earthquake Hazard Reduction Program.** "Soil Structure Interaction for Buildings Structure". National Institute of Standards and Technology. September de 2012.
25. **Roesset, José. M.** Soil Structure Interaction The Early Stage. *Journal of Applied Science and Engineering*, Vol 16, No.1, 1-8. 2013.
26. **Taranath, Bungale.** "Reinforced of concrete desing of tall buildings". Taylor & Francis Group, LLC. ISBN: 978-1-4398-0480-3. Florida 2010.
27. **Wolf John P.** "Dynamic Soil-Structure Interaction". Prentice Hall. 1985



## ANEXOS

### ANEXO I: Estudio Geotécnico y Evaluación de Parámetros Sísmicos.

#### I. Investigaciones de campo.

##### a. Sondeos de Penetración Estándar:

En la fase de campo se realizaron visitas de reconocimiento técnico al sitio del proyecto y sus alrededores. Durante estas visitas se procedió a la planificación y ubicación óptima en área de estudio de 8 sondeos, 7 de los cuales fueron de 20 pies de profundidad promedio cada uno y un sondeo de 30 pies de profundidad. Los sondeos se llevaron a cabo conforme a la norma ASTM D-1586 de la American Society for Testing and Materials. Mediante este ensaye se efectúa recuperación continua de muestras alteradas conforme avanza en profundidad la perforación. En los niveles en que las características de resistencia del material no permitían continuar la perforación a percusión, se procedió a perforar por métodos rotativos, en seco, empleando un muestreador con corona de tungsteno.

Los datos de los sondeos realizados se detallan a continuación:

Sondeos de Penetración Estándar		
Sondeo N°	Profundidad	
	Pies	Metros
S-1	19.50	5.85
S-2	21.00	6.30
S-3	21.00	6.30
S-4	21.00	6.30
S-5	21.00	6.30
S-6	30.00	10.00
S-7	19.50	5.85
S-8	21.00	6.30

**Tabla I:** Sondeos de Penetración Estándar



Las muestras alteradas obtenidas por medio de los sondeos fueron identificadas y clasificadas de forma preliminar en el campo, mediante procedimientos rutinarios de vista y tacto. Seguidamente fueron remitidas al laboratorio de suelos para ser sometidas a los ensayos correspondientes. Para evaluar las condiciones de humedad de los diferentes materiales del subsuelo, se tomaron muestras para tal fin a diferentes intervalos de profundidad.

### **8.1.1 Descripción del Subsuelo:**

La morfología del terreno del área de estudio es relativamente plana con una leve inclinación hacia el norte. Haciendo uso de los datos de campo principalmente, puede identificarse en el perfil del subsuelo la presencia de básicamente tres estratos, los cuales se describen brevemente a continuación, procediendo de la capa más superficial a la más profunda. Se hace la observación que hasta la profundidad máxima explorada de 10m (33 pies) no se encontró el nivel freático.

- **Primer Estrato (0.00m – 4.05m)**

Está compuesto este estrato más superficial por un limo arenoso de color café a café amarillento, con cierto contenido de partículas de grava volcánica y de fragmentos pequeños de pómez. La plasticidad del material es nula exceptuando la parte superior (en un espesor máximo de 1.80 m) en que la misma es baja. El espesor máximo aproximado de este estrato es del orden de los 4.05 metros (13.5) pies. La densidad relativa de este limo arenoso varía de baja a media. Este estrato se encuentra intercalado en su parte central (de los 1.10 m a 2.70 m; 4.5 pies a 9.0 pies) por un limo pomáceo de color blanco amarillento. Es no plástico y su densidad relativa es por lo general baja.

- **Segundo Estrato (4.05 m – 6.75 m)**

Esta capa está conformada por un depósito de arena gravo limoso café claro, con cierto contenido de pómez. Su plasticidad es nula y su densidad relativa es alta. El espesor de este estrato es del orden de los 2.70 m (9.0 pies).

- Tercer Estrato (6.75 m – 10.0 m)

Subyaciendo a los estratos anteriores se encuentra un depósito de grava arenosa de color gris claro, de granulometría media a gruesa. Su densidad relativa es bien alta. El material presenta algo de cementación (cantera) lo que podría indicar la cercanía o inicio del basamento local de la toba o Formación Las Sierras.

## 8.2 Ensayes de laboratorio

A las muestras alteradas, obtenidas en la fase de campo se las sometió a los siguientes ensayos de laboratorio:

<b>Ensayes de Laboratorio</b>	
<b><i>Ensaye</i></b>	<b><i>Designación ASTM</i></b>
Granulometría	D-422
Límite Líquido	D-423
Límite Plástico	D-424
Humedad	D-2216
Pesos volumétricos	C-97

**Tabla II:** Ensayes de Laboratorio

Con los resultados obtenidos de estos ensayos, se procedió a la clasificación de las muestras obtenidas por medio de los sondeos de penetración estándar mediante el método del Sistema Unificado de Clasificación de Suelos (SUCS).

### 8.2.1 Análisis dinámico del depósito de suelos:

#### 8.2.1.1 Modelo del Subsuelo

En el sitio del proyecto se realizó un sondeo de penetración estándar con una profundidad máxima de 33 pies (10.0 m). Mediante la información obtenida a través de dicho sondeo (además de los 7 sondeos restantes practicados en el área), se procedió a la elaboración de un modelo representativo de las condiciones del subsuelo del sitio del proyecto y que fue descrito

detalladamente en el inciso II.1.2 de este informe. Para la obtención de los parámetros sísmicos tales como aceleraciones máximas en la superficie del terreno, así como en los niveles de frontera entre los distintos estratos, períodos fundamentales de vibración del depósito de suelo, espectros de aceleraciones, de velocidades y de desplazamientos relativos y duración del movimiento sísmico, entre otros, se hizo el análisis del comportamiento dinámico del modelo mencionado. Se somete dicho perfil de suelo a la propagación vertical de ondas de corte, asumiendo que el mismo tiene un comportamiento propio de un sistema continuo unidimensional. Estos análisis se llevaron a cabo haciendo uso del programa SHAKE-91.

#### 8.2.1.2 Datos Sísmicos Empleados

Los datos sísmicos empleados en los cálculos se presentan en la siguiente tabla.

Magnitud	Aceleración (base rocosa)	Período del Sismo	Duración (vibración)	Período de Retorno	Profundidad Focal
M (Richter)	Amax (cm/s <sup>2</sup> )	Ts (años)	D (s)	P (años)	R (km)
6.2	0.29	0.25	16	50	5

**Tabla III:** Datos Sísmicos del Estudio

Para el cálculo de las velocidades de ondas de corte en los diferentes materiales que componen el subsuelo, se empleó la fórmula de Otha y Goto:

$$V_s = 69 N^{0.17} Z^{0.2} F \text{ (m/s)}$$

Siendo:

N= Número de golpes por pies de penetración en el ensaye SPT

Z= Profundidad del estrato (m)

F= Factor de tipo de suelo

Tipo de Suelo	F
Arcilla	1.00
Arena fina	1.09
Arena media	1.07
Arena gruesa	1.14
Grava arenosa	1.15
Grava	1.45

**Tabla IV:** Factor de Tipo de Suelo (F)

Para los estratos de pómez y de escoria volcánica se considera más apropiado usar las relaciones de Ohsaki para el cálculo de las velocidades de ondas de corte en dichos materiales.

$$G = 1200 N \cdot 0.80$$

$$V_s = (G/\gamma) \cdot 0.5 \text{ (pies/s)}$$

Siendo:

G= Módulo de corte (ton/pies<sup>2</sup>)

$\gamma$ = Peso unitario (kips/pies<sup>3</sup>)

Estas velocidades son necesarias para la estimación del módulo de corte inicial de los materiales, lo cual es requerido por el programa mencionado. Los valores de dichas velocidades de ondas de corte comparan muy bien con mediciones geofísicas realizadas para tal fin en el área de la ciudad de Managua.

Para el modelo mostrado, se considera un incremento gradual con profundidad de las velocidades de ondas de corte dentro del material del basamento cuasi-rocoso constituido por la toba de la Formación Las Sierras. Se asumen tres capas de 10 pies (3.05 m) de espesor cada una en las que las velocidades de corte varían desde 450 m/s para la capa superior hasta 650 m/s para la tercera capa que estaría directamente sobreyaciendo a lo que propiamente se considera el basamento rocoso con una velocidad de ondas de corte de 700

m/s. De esta forma se pretende una mejor caracterización de las condiciones del basamento local al incorporar en parte el efecto de la intemperización de los niveles superiores del material de la toba y que además mejoran las propiedades físicas y mecánicas de ésta con la profundidad.

### 8.3 Resumen de Resultados Obtenidos

En la tabla 2 se presenta un resumen de los resultados obtenidos a partir de los análisis dinámicos realizados empleando el modelo del subsuelo.

En las figuras de las siguientes páginas se muestra el espectro de aceleraciones sin suavizar, el espectro de velocidades relativas y finalmente el espectro de desplazamientos relativos, característicos del sitio. Estos espectros se calcularon para un amortiguamiento de 5%. Conforme al espectro de aceleraciones, se puede notar que para estructuras cuyos períodos estén comprendidos entre los 0.19s a 0.37s, aproximadamente, las solicitaciones sísmicas serán mayores en momento dado.

<b>Magnitud</b>	<b>Aceleración Máxima (en la superficie)</b>	<b>Período Fundamental (columna de suelo)</b>	<b>Duración</b>
M (Richter)	Amax (cm/s <sup>2</sup> )	Ts (años)	D (s)
6.2	0.786	0.25	16

**Tabla V:** Resumen de Resultados del Análisis Dinámico

#### 8.3.1.1 Parámetros Dinámicos Obtenidos

Con base en los resultados obtenidos de los análisis del comportamiento dinámico del depósito de suelos representativo del sitio de estudio, se establecen las siguientes conclusiones y recomendaciones.

Para los cálculos se considera una magnitud de sismo máximo de 6.2 Richter que se origina en una de las fuentes sismo generadoras locales, a una profundidad focal de 5 km. El período de retorno estimado es de 50 años. La aceleración máxima en el basamento rocoso aflorante es de 0.290 cm/s<sup>2</sup>, el período fundamental del evento sísmico es de 0.25 s y la duración del movimiento significativo del sismo es de 16 segundos.

Se elaboró un modelo del subsuelo conforme a las informaciones geotécnicas del sitio obtenidas a través de 8 sondeos de exploración conducidos en el lugar de estudio; uno de estos sondeos se profundizó hasta los 33 pies a fin de poder contar con un modelo del subsuelo representativo. El análisis dinámico se llevó a cabo considerando la propagación vertical de ondas de corte en un medio continuo unidimensional y la respuesta de éste a dicha propagación. Para efectuar estos análisis se emplea el programa SHAKE91. Los cálculos se efectuaron para un amortiguamiento del 5%.

El valor de aceleración horizontal máxima en la superficie del terreno es de 0.786 cm/s<sup>2</sup>. La aceleración vertical máxima recomendada es de aproximadamente 2/3 de esta aceleración horizontal o sea 0.524 cm/s<sup>2</sup>. Es importante notar que la aceleración al nivel de base de los cimientos es menor, siendo por ejemplo que a 3.5 metros de profundidad la aceleración es del orden de los 0.485 cm/s<sup>2</sup>. La magnitud relativamente alta de estos valores de aceleración se debe a la magnitud del sismo que se está empleando y también a que el período del depósito de suelo del sitio de estudio es bastante similar al del sismo.

El período fundamental del depósito de suelos es del orden de 0.25 s. La duración esperada del movimiento sísmico es de unos 16 segundos.

Se estima que durante los movimientos sísmicos el estrato de limo pomáceo podría presentar problemas inherentes a sus propiedades físicas y mecánicas.

En el caso de la pómez podría darse una degradación física de las partículas del material (fragmentación dada la fragilidad de las mismas) al ser sometida a las deformaciones y esfuerzos de cortes horizontales debidos al movimiento sísmico en combinación con la carga vertical (estática y dinámica) a que la someta la estructura. Es por lo tanto recomendable no desplantar por contacto directo sobre este material.

El espectro de respuesta de aceleraciones obtenido indica que para estructuras con períodos fundamentales de oscilación comprendidos entre los 0.15s y 0.40s las solicitaciones sísmicas serán mayores en un momento dado.

Se deberá respetar la zonificación sísmica del terreno conforme a recomendaciones del estudio geológico realizado para dicho fin. Los resultados y observaciones de este análisis dinámico pueden ser aplicados de manera complementaria pero no en sustitución de los requerimientos del Reglamento Nacional de la Construcción.

### **8.3.1.2 Sistema de Fundaciones**

Con base en los datos geotécnicos obtenidos en la fase de las investigaciones de campo, de los resultados de las pruebas de laboratorio y de acuerdo a los análisis y cálculos realizados, se establecen las siguientes conclusiones y recomendaciones para fines de cimentación de la estructura que se tiene proyectada construir en el terreno de estudio.

- Zapatas aisladas

Para las fundaciones de la estructura se puede optar por el uso de zapatas aisladas o bien fundaciones corridas o ambas. En esta sección se indican las recomendaciones para zapatas aisladas cuadradas o rectangulares.

El nivel de desplante recomendado para las zapatas aisladas es de 3.50 metros de profundidad, medidos a partir de la superficie del terreno actual. Previo al fundido de los cimientos, se deberá nivelar y compactar el fondo de la excavación a no menos de 98% Próctor Normal. Preferiblemente, se deberá excavar 0.30 metros adicionales al nivel de desplante recomendado, compactar el fondo tal como se indicó anteriormente y luego rellenar con suelo cemento fabricado con el suelo del sitio. El suelo-cemento será fabricado usando el mismo material del sitio, siempre que sea areno limoso o limo arenoso, en una proporción aproximada en volumen de 1 parte de cemento y 8 de suelo. En caso de usarse material selecto, este se colocará en capas no mayores de 15 cm, las cuales se compactarán a no menos del 98% Próctor Normal. Al emplearse material selecto, se deberán hacer las excavaciones con un sobreancho de no menos del 20% de las dimensiones de las zapatas, las cuales se colocarán haciendo coincidir los centroídes de dichas fundaciones con la de la excavación (vista en planta).

Para otras opciones de niveles de desplantes y de dimensiones de cimientos y considerando un asentamiento total aproximadamente por debajo o igual a los 2.54 cm, se podrá emplear la correspondiente capacidad de carga admisible mostrada en la siguiente tabla:



Nivel de Desplante $D_f$ (m)	Ancho de Cimiento B (m)	Carga Admisible $q_{adm}(\text{kg/cm}^2)$
2.0	1.00	1.80
	1.50	1.48
	2.0	1.27
	2.5	1.19
	3.0	1.12
2.5	1.00	1.84
	1.50	1.53
	2.0	1.32
	2.5	1.24
	3.0	1.17
3.0	1.00	1.88
	1.50	1.57
	2.0	1.37
	2.5	1.29
	3.0	1.22
3.5	1.00	1.93
	1.50	1.63
	2.0	1.42
	2.5	1.34
	3.0	1.28
4.0	1.00	1.98
	1.50	1.68
	2.0	1.48
	2.5	1.40
	3.0	1.34

**Tabla VI: Alternativas de Fundaciones Aisladas**

En caso de requerir desplantarse a menor profundidad a la recomendada, se deberá mejorar las condiciones del material de cimentación por debajo de las zapatas hasta llegar al nivel de desplante deseado y que satisfaga las condiciones de estabilidad de la estructura, en especial al fenómeno del volteo. El procedimiento de mejoramiento consistirá en excavar hasta una de las profundidades indicadas anteriormente, compactar el fondo de la excavación como se indicó anteriormente y proceder luego a rellenar con suelo-cemento en capas no mayores de 15 cm y compactadas a no menos de 98% Próctor Normal. El suelo-cemento será fabricado de acuerdo al procedimiento especificado anteriormente; similarmente, en caso de usarse material selecto, este se colocará conforme a lo indicado previamente.

De encontrarse pómez en el fondo de la excavación o si esta se localiza a menos de 1.5 m por debajo del nivel de desplante a usarse, se deberá proceder a su eliminación, tanto por las razones mencionadas en la sección de parámetros dinámicos como por el hecho que por lo general dicho material por lo general soporta una presión admisible máxima no superior a los 1.0 kg/cm<sup>2</sup>.

- Fundaciones Corridas

En caso de emplearse fundaciones corridas, se podrá usar cualquiera de las combinaciones de nivel de desplante y de ancho de cimiento mostradas en la Tabla 7. En cualquiera de los casos seleccionado se deberá mejorar por lo menos 0.50 metros por debajo del nivel de desplante a usarse. Este mejoramiento se llevará a cabo mediante suelo-cemento, usando el suelo del sitio y fabricándolo en la proporción indicada previamente. Se deberá compactar el fondo de la excavación a no menos de 98% Próctor Normal, previo al colocado del suelo-cemento. La mezcla de suelo-cemento se deberá colocar en capas no mayores de 15 cm las cuales se compactarán a no menos de 98% Próctor Normal. De usarse material selecto, este se colocará en capas no mayores de 20 cm, las cuales se compactarán a no menos de 98% Próctor Normal. Al usarse material selecto el ancho de la excavación deberá ser 20% mayor del ancho del cimiento y el eje de la viga con el de la excavación deberán coincidir.

Nivel de Desplante $D_f$ (m)	Ancho de Cimiento $B$ (m)	Carga Admisible $q_{adm}(\text{kg/cm}^2)$
1.0	1.00	0.68
	1.50	0.67
	2.0	0.69
	2.5	0.72
1.5	1.00	0.99
	1.50	1.05
	2.0	1.06
	2.5	1.08
2.0	1.00	1.33
	1.50	1.36
	2.0	1.45
	2.5	1.46
2.5	1.00	1.69
	1.50	1.72
	2.0	1.76
	2.5	1.88
3.0	1.00	2.04
	1.50	2.08
	2.0	2.13
	2.5	2.18

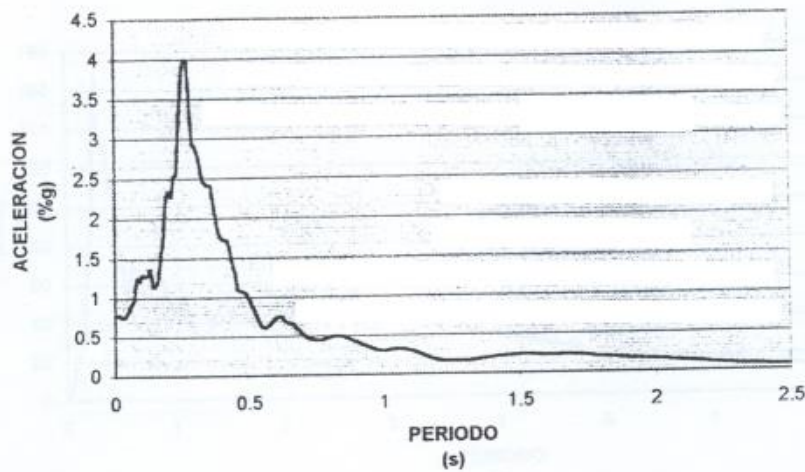
**Tabla VII:** Alternativas de Fundaciones Corridas

De requerir hacer cálculos de fuerzas de empujes laterales sobre alguna parte de la estructura, se podrá emplear un ángulo de fricción ( $\phi$ ) de unos  $30^\circ$ , una cohesión ( $c$ ) nula y un peso volumétrico o unitario ( $\gamma$ ) del material de aproximadamente  $1400 \text{ kg/m}^3$ .

## ANALISIS DINAMICO DE SUELOS

**Complejo Urbano El Retiro**  
**Edificio Cuatro Pisos**  
(Managua, Nicaragua)

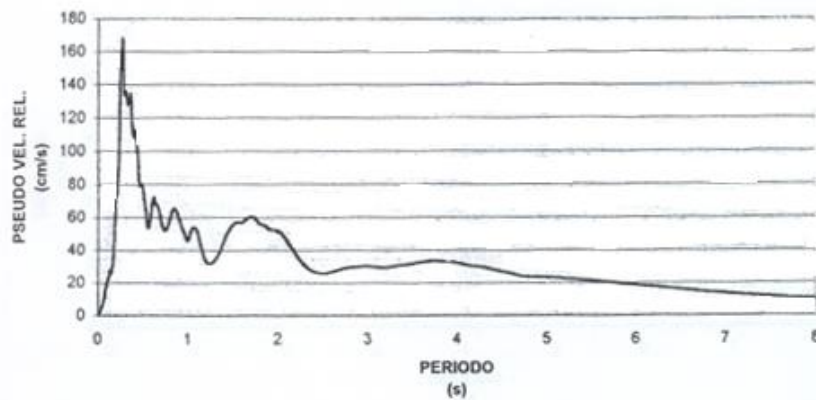
**ESPECTRO DE ACELERACION**  
Sismo M = 6.2



## ANALISIS DINAMICO DE SUELOS

**Complejo Urbano El Retiro**  
**Edificio Cuatro Pisos**  
(Managua, Nicaragua)

**PSEUDO VELOCIDAD RELATIVA**

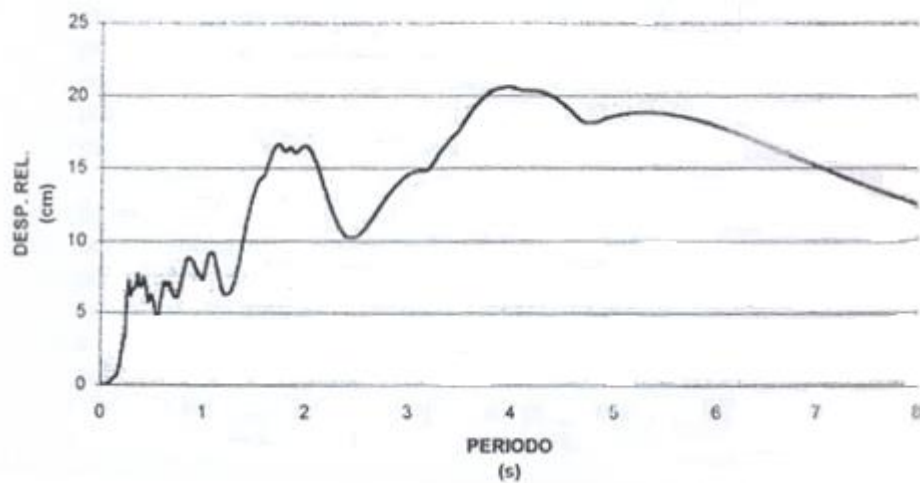


*Imagen A-2: Pseudo Velocidad Relativa. Tomado del reporte geotécnico original elaborado por el Dr. Franklin Moore Coleman.*

## ANALISIS DINAMICO DE SUELOS

**Complejo Urbano El Retiro**  
Edificio Cuatro Pisos  
(Managua, Nicaragua)

### DESPLAZAMIENTO RELATIVO



*Imagen A-3: Desplazamiento Relativo. Tomado del reporte geotécnico original elaborado por el Dr. Franklin Moore Coleman.*

## **ANEXO II: Planos Constructivos del Edificio El Centro N° 1.**

A continuación, se muestran los planos constructivos del edificio ordenados de la siguiente manera:

- Plano A-1A: Planta de Conjunto Arquitectónico.
- Plano S-01: Planta Estructural de Fundaciones.
- Plano S-02: Planta Estructural de Fundaciones de Núcleo y detalles.
- Plano S-03: Cuadro de Zapatas y detalles de Fundaciones.
- Plano S-05: Elevaciones Estructurales Ejes A', G y 5.
- Plano S-06: Detalles Estructurales.
- Plano S-08: Elevaciones Estructurales Ejes A y B.
- Plano S-09: Elevaciones Estructurales Ejes C y D.
- Plano S-10: Elevaciones Estructurales Ejes E y F.
- Plano S-11: Elevaciones Estructurales Ejes 1' y 1.
- Plano S-12: Elevaciones Estructurales Ejes 2 y 3.
- Plano S-13: Elevaciones Estructurales Ejes 4 y 4'.
- Plano S-14: Planta Estructural Losa de Primer Nivel.
- Plano S-15: Planta Estructural Losa de Segundo Nivel.
- Plano S-16: Planta Estructural Losa de Tercer Nivel.
- Plano S-17: Losa de Azotea, Planta Estructural y Detalles de Entrepiso Prefabricado.
- Plano S-26: Planta Estructural de Techo.